

**Wirtschafts- und Sozialwissenschaftliche Fakultät
der Christian-Albrechts-Universität zu Kiel**



**Diplomarbeit zum Thema:
Poker in der Spiel- und Entscheidungstheorie**

Prüfungsfach: Finanzwissenschaft und Sozialpolitik

Inhaltsverzeichnis I

Abkürzungsverzeichnis	III
Symbolverzeichnis	IV
Abbildungsverzeichnis	VI
Tabellenverzeichnis	VII
1 Einleitung	1
2 Poker als Spiel	2
2.1 Definition und Spielregeln	2
2.2 Spieltheoretische Betrachtung	4
2.3 Entscheidungstheoretische Betrachtung	5
3 Poker-Strategien	7
3.1 Spieltheoretische Darstellung	8
3.1.1 Verteilung der Starthände	8
3.1.2 Von Neumann/Morgenstern Poker	9
3.1.3 Erweiterungen des Von Neumann/Morgenstern Pokers	11
3.2 Probabilistischer Ansatz	19
3.2.1 Pot-Odds und Setzkurven	20
3.2.2 Die Struktur und Logik von Poki	23
3.2.2.1 Pre-Flop Strategie	23
3.2.2.2 Post-Flop Strategie	24
3.3 Rationales Bluffing	32
4 Fähigkeiten und Lernverhalten im Poker	34
4.1 Fähigkeiten im Poker – Formen und Spielstile	34
4.2 Messung der Rolle der Fähigkeiten – Ansätze und rechtliche Relevanz	39
4.2.1 Spieltheoretischer Ansatz von Borm et al.	40
4.2.2 Probabilistischer Ansatz von Fiedler und Rock	46
4.3 Lernverhalten im Poker: Experimente und Resultate	49

Poker in der Spiel- und Entscheidungstheorie

5 Risk-Taking im Poker	58
5.1 Risk Taking durch Kognitive Verzerrungen	59
5.1.1 Eine kurze Einführung in die Prospect Theory	60
5.1.2 House-Money Effekt und Break-Even Hypothese	64
5.1.3 Gamblers Fallacy und Hot-Hand Fallacy	78
5.2 Risk Taking in Turnieren	84
5.2.1 Turniertheorie und Risk Taking	84
5.2.2 Applikation auf professionelle Pokerturniere	88
6 Schlussbetrachtung	94
Literaturverzeichnis	96
A Appendix.....	100
A 1 Mathematischer Anhang	100
A 2 Grafischer Anhang	112
A 3 Tabellarischer Anhang	115

Abkürzungsverzeichnis

A = Ace

ALT = Alternation Strategie

CRF = Critical Repetition Frequency

EHS = Effective Hand Strength

ET = Entscheidungsträger

GE = Geldeinheiten

GF = Gamblers Fallacy Strategie

HS = Hand Strength

i. i. d. = independent & identically distributed

J = Jack (deutsch = Bube)

K = King

LE = Learn Effect

NPot = Negative Potential

PPot = Positive Potential

Q = Queen

RE = Random Effect

RS = Relative Skill

UZS = Uhrzeigersinn

Symbolverzeichnis

B = Setzbetrag

C = Call

c = Konstante

c_i = Größe des Stacks von Spieler i

$c_{i,n,k}$ = Größe des Stacks von i bei der n -ten Einblendung im Turnier k

E = Erwartungsoperator

E_{nk} = Aktualisierung der k -ten Strategie durch Spieler n

F = Fold

f_i = spezifischer Parameter bei der Schätzung einer bestimmten Aktion i

g_{ij} = Gewinn durch Verbesserung von Rang i nach j

k = notwendiger Betrag um im Spiel zu bleiben

l_{ij} = Verlust durch Verschlechterung von Rang i nach j

N_k = Gesamtzahl eingeblendeter Zwischenstände der Stacks in Turnier k

n = Anzahl Spieler in der Runde (Kap. 3); Anzahl gespielter Hände (Kap.4);

Anzahl der eingeblendeten Zwischenstände der Stacks (Kap. 5)

n_i^* = Anzahl notwendiger Hände damit Spiel i indeterminiert ist

P = Wahrscheinlichkeit

P_j = Wahrscheinlichkeit Rang j zu belegen

p_i = Strategie des Typs i aus früher Position

p = Bluff-Wahrscheinlichkeit

q_i = Strategie des Typs i aus später Position

q_{nj} = Neigung des Spielers n Strategie j zu wählen

q = Call-Wahrscheinlichkeit

R = Erhöhungsbetrag (Kap. 3); Raise (Kap. 4)

$R_t(y)$ = Payoff- Funktion zur Bewertung des Einkommens y in Periode t

U_i = Payoff- Funktion bei Konstellation zweier Strategien

U = Nutzenfunktion

u = Setzbetrag

V = Bewertungsfunktion für eine Lotterie

w_i = Preis für Spieler mit Endplatzierung i im Turnier

X = Wert der Hand von Spieler 1

X_{ink} = Vektor der Kontrollvariablen für Rang nach n Einblendungen der Stacks

in Turnier k

x = zustandsabhängige Einzahlung in einer Lotterie; Setzbetrag (beides Kap. 5)

Y = Wert der Hand von Spieler 2

y = zustandsabhängige Einzahlung in einer Lotterie

α = Grad der Risikoeinstellung

α_i = Schätzkoeffizient des Einflussfaktors i

β_i = Schätzkoeffizient des Einflussfaktors i

γ = Schätzkoeffizient der Kontrollvariablen

θ = Vergesslichkeitsparameter (Kap. 4); Schwellenwahrscheinlichkeit
Call/Fold (Kap. 3)

λ = spez. Parameter für Glückskomponente

π = Gewichtungsfunktion/ Transformationsfunktion

$\rho(t)$ = Referenzpunkt für erzielttes Einkommen in Periode t

σ = Standardabweichung

$\sigma^- (c_{ink})$ = Rückstand des Ranges i auf Rang $i - 1$ in absoluten Chips nach der
n-ten Einblendung der Zwischenstände der Stacks in Turnier k

$\sigma^+ (c_{ink})$ = Vorsprung des Ranges i auf Rang $i + 1$ in absoluten Chips nach der
n-ten Einblendung der Zwischenstände der Stacks in Turnier k

Δ = Änderung eines Wertes zwischen zwei Perioden/Beobachtungen

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Spielbaum für das 2-Personen Poker.....	10
Abbildung 2: Indifferenzsystem für das Spiel.....	11
Abbildung 3: Spielbaum der ersten Erweiterung.....	12
Abbildung 4: Indifferenzsystem der ersten Erweiterung.....	13
Abbildung 5: Spielbaum der zweiten Erweiterung.....	15
Abbildung 6: Indifferenzsystem der zweiten Erweiterung.....	15
Abbildung 7: Spielbaum für die dritte Erweiterung.....	17
Abbildung 8: Indifferenzsystem der dritten Erweiterung.....	18
Abbildung 9: Setzkurven für die finale Setzrunde.....	22
Abbildung 10: Gewichtungstabellen für eine Aktion des Gegners im Pre-Flop.....	27
Abbildung 11: Dynamische Gewichtungstabellen für einen Gegner.....	27
Abbildung 12: Setzhistorie der Beispiellrunde.....	28
Abbildung 13: Beispiel eines neuronalen Netzwerkes zur Modellierung des Gegners.....	31
Abbildung 14: Die vier Spielstile im Poker.....	38
Abbildung 15: Die vier Spielstile im Vergleich.....	38
Abbildung 16: Messung von RS bei 3 Spielern.....	45
Abbildung 17: Messung von RS bei 4 Spielern.....	45
Abbildung 18: Ergebnisse der ersten experimentellen Studie.....	50
Abbildung 19: Ergebnisse der zweiten experimentellen Studie.....	52
Abbildung 20: Veränderung der Frequenz gespielter Hände.....	53
Abbildung 21: Bewertungsfunktion in der Prospect Theory.....	62
Abbildung 22: Gewichtungsfunktion in der Prospect Theory.....	63
Abbildung 23: Abhängigkeit des Wertes einer Lotterie vom Referenzpunkt.....	67
Abbildung 24: Szenario für die Schätzung der Gewinnwahrscheinlichkeit.....	75
Abbildung 25: Szenario für die Messung des Sunk-Cost Effektes.....	76
Abbildung 26: Verzerrungen der Gewinnwahrscheinlichkeiten im Experiment.....	77
Abbildung 27: Ergebnisse des Sunk-Cost Szenarios im Vergleich.....	77
Abbildung 28: Konvexe Preisstrukturen.....	85
Abbildung 29: Zusammenhang zwischen Alter und Risk Taking.....	94
Abbildung 30: Eintrittsfrequenz der Subklassen der Pokerhände.....	112
Abbildung 31: approximative Verteilungsfunktion der Subklassen der Pokerhände.....	112
Abbildung 32: Simulationen zum Lernverhalten ohne sequentielle Strategien.....	113
Abbildung 33: Simulationen zum Lernverhalten mit sequentiellen Strategien.....	114

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1: Ranking der Starthände nach Billings et al.....	24
Tabelle 2: Input-Knoten des neuronalen Netzwerkes.....	30
Tabelle 3: Simulationsergebnisse für 2-Personen Straight Poker	44
Tabelle 4: Überblick über die differenzierten Nutzergruppen	48
Tabelle 5: Empirische Ergebnisse der Online-Studie	49
Tabelle 6: Übersicht der Wahrscheinlichkeiten unter den verschiedenen Bedingungen	54
Tabelle 7: Bedingte Bluff-Wahrscheinlichkeiten 1. und 2. Ordnung.....	55
Tabelle 8: Bedingte Call-Wahrscheinlichkeiten 1. und 2. Ordnung	55
Tabelle 9: Bedingte Wahrscheinlichkeiten 1. Ordnung mit sequentiellen Strategien ..	57
Tabelle 10: Ratings der Zufriedenheit mit den Einkommen und Wahrscheinlichkeit weiterer Wetten.....	65
Tabelle 11: Werte der durchschnittlichen “looseness“ und Aggressivität	72
Tabelle 12: “Looseness“ nach Gewinnen und Verlusten im Vergleich	73
Tabelle 13: Aggressivität nach Gewinnen und Verlusten im Vergleich	74
Tabelle 14: “Looseness“ nach kumulativen Gewinnen und Verlusten	82
Tabelle 15: Aggressivität nach kumulierten Gewinnen und Verlusten.....	83
Tabelle 16: Anteil der Spieler mit riskanterem Spiel nach einem Verlust.....	84
Tabelle 17: Preisstruktur der untersuchten Turniere	89
Tabelle 18: Wesentliche Statistiken für die empirische Analyse.....	90
Tabelle 19: Resultate der empirischen Analyse.....	93
Tabelle 20: Klassifikation von Pokerhänden.....	115
Tabelle 21: Wahrscheinlichkeiten der Pokerhände am Beispiel 5-Card Draw	115

Eidesstattliche Erklärung zur Anfertigung einer Diplomarbeit

Ich erkläre Eides Statt, dass ich meine Diplomarbeit "Poker in der Spiel- und Entscheidungstheorie" selbstständig ohne fremde Hilfe angefertigt habe und dass ich alle von anderen Autoren wörtlich übernommenen Stellen wie auch die sich an die Gedanken anderer Autoren eng anlehenden Ausführungen meiner Arbeit besonders gekennzeichnet und die Quellen nach den mir vom Prüfungsamt angegebenen Richtlinien zitiert habe.

Kiel, den

(Mohamed Jafari)

1 Einleitung

In dem Spiel Poker handelt es sich um eine Reihe von Kartenspielen, in der mehrere Spieler um einen Gewinn konkurrieren und je nach Variante mehr oder weniger Informationen über die Karten der Gegner besitzen. Das Spiel ist zwar geprägt von einer asymmetrischen Informationsstruktur unter den Spielern, aber dennoch kommt einer Strategie eine tragende Rolle zu. Diese Strategie kann zum einen aus einer spieltheoretischen Ebene heraus resultieren, wenn man Poker zur Klasse Spiele extensiver Form zählt.¹

Auf der anderen Seite treffen Pokerspieler ständig Entscheidungen unter Unsicherheit, welche neben der Informationsasymmetrie auch von der Glückskomponente ausgeht. Aus diesem Ansatz heraus ergeben sich probabilistisch geprägte Ansätze, welche besonders kognitive Denkstrukturen des einzelnen Spielers fokussierten.²

Desweiteren ist die Stärke des Einflusses einer Strategie auf den Spielausgang aufgrund der Glückskomponente stark eingeschränkt, wobei ebenso die Umsetzung der Strategie durch einen Spieler diese Stärke beeinflusst. Zudem können Pokerspieler Lernprozessen unterworfen sein, falls man seine Fähigkeiten überhaupt verbessern kann und diese eine Rolle spielen.³

Letztlich birgt die Unsicherheit auch ein Risiko für jeden Spieler, da es aufgrund der Glückskomponente kein sicheres Einkommen im Spiel gibt. In der Entscheidungsfindung unter Unsicherheit können die Spieler kognitiven Schwankungen unterworfen sein, indem sie Wahrscheinlichkeiten falsch einschätzen oder ein Einkommen sie emotional berührt. Diese Faktoren können ebenfalls die Umsetzung der Strategie und damit den Erfolg eines Spielers beeinträchtigen.⁴

Das Ziel der Arbeit liegt zum einen darin, einen Überblick der eingeleiteten Aspekte zu liefern und dadurch eine Interdependenz jener Aspekte zu verdeutlichen. Zum anderen soll durch die Arbeit die wirtschaftswissenschaftliche Relevanz des Themas untersucht werden, indem

¹ Vgl. Ferguson & Ferguson (2007), S. 1f.

² Vgl. Billings et al. (2002), S. 201 f.

³ Vgl. Burns (2004), S. 2ff und Borm et al. (2008)

⁴ Vgl. Smith et al. (2009), S. 1f.

verschiedene Theorien in der Verhaltensanalyse der Spieler ihre Anwendung finden.

In dem nächsten Kapitel soll das Spiel Poker genauer vorgestellt und der spiel- und entscheidungstheoretische Hintergrund dargestellt werden. In Kapitel 3 soll nach derselben Differenzierung die Entwicklung und Rolle einer Strategie verdeutlicht werden. In Kapitel 4 stehen die Fähigkeiten und das Lernverhalten eines Pokerspielers im Fokus. Abschließend soll in Kapitel 5 das Risikoverhalten der Spieler näher analysiert werden, welches sich durch kognitive Verzerrungen oder durch Turnierbedingungen ergibt.

2 Poker als Spiel

Das nachfolgende Kapitel wird den Begriff des Pokers näher definieren und eine kurze Einführung in die Spielregeln liefern. Hierbei jedoch soll sich speziell nur auf eine bestimmte und wohl bekannteste Variante des Pokers bezogen werden, nämlich *Texas Hold'em*.

Desweiteren erfolgt im Anschluss an die Einführung in das Spiel eine Analyse, welche das Spiel jeweils aus einer entscheidungs- und spieltheoretischen Sicht betrachtet. Das Ziel stellt das Aufdecken der wirtschaftswissenschaftlichen Relevanz des Themas dar.

2.1 Definition und Spielregeln

Der Begriff des Pokers umfasst eine Vielfalt von Kartenspielen, in denen 2-10 Spieler pro Runde gemeinsam um einen Gewinn oder Preis konkurrieren. Hierbei sind die Karten eines Spielers die Bemessungsgrundlage für den Erfolg eines Spielers und der sog. *Stack* die Handlungsvariable der Spieler, mit dem sich die Spieler in einer Setzrunde um den Gewinn bzw. den *Pot* streiten. Der Pot ist als eine Summe von Einzahlungen oder Investitionen der teilnehmenden Spieler zu verstehen und steht je nach Variante des Pokers dem Spieler mit der besten Hand zu. Der finale Vergleich der Karten zur Ermittlung des Siegers der Pokerrunde vollzieht sich im sog. *Showdown*.

Wie eingangs erwähnt handelt es sich bei Poker um ein Synonym zahlreicher Kartenspiele, welche eine gewisse Überschneidungsmenge aufweisen. Es gibt

jedoch drei wichtige Kriterien, welche eine Kategorisierung dieser Vielfalt ermöglichen und Pokerspiele untereinander abgrenzen, nämlich:

- **high** Poker vs. **low** Poker: Gewinnt die höchste Hand oder die kleinste Hand im Showdown?
- **draw** Poker vs. **stud** Poker: Sind die Karten der Spieler komplett oder nur zu einem Teil verdeckt und damit sichtbar für die anderen Spieler?
- **limit** Poker vs. **no-limit** Poker: In welchem Ausmaß darf sich um den Gewinn mittels Einsätzen beworben werden?⁵

Es soll sich nachfolgend auf *Texas Hold'em* konzentriert werden, welches als high Poker und einer hybriden Version des draw Pokers gesehen werden kann. Das Ausmaß des Setzverhaltens der Spieler spielt in den Spielregeln eine untergeordnete Rolle und stellt ein eher schwaches Differenzierungsmerkmal dieser Pokervariante dar.

Eine Pokerrunde beginnt mit dem Austeilen der *Private Cards* der Spieler und damit erhält jeder Spieler am Tisch zwei Karten.⁶ Anschließend erfolgt eine Setzrunde (*Pre-Flop*), in der jeder Spieler eine Entscheidung trifft und diese ggf. mittels seines Stacks ausführt. Diese Entscheidung ist wesentlich abhängig von der Stärke der Starthand und die Stärke der Starthand hängt wiederum invers von der Eintrittswahrscheinlichkeit der Starthand ab. Im Grunde stehen dem Spieler in jeder Setzrunde drei Handlungsalternativen zur Verfügung. Entweder er steigt aus der Runde aus (*fold*), setzt einen geforderten Betrag um im Spiel zu bleiben (*check/call*) oder er setzt/erhöht um einen bestimmten Betrag (*bet/raise*), auf den die übrigen Spieler dann reagieren müssen. Eine Setzrunde ist abgeschlossen, wenn mindestens zwei Spieler im Spiel verblieben sind oder alle Spieler bis auf Einen ausgestiegen sind, welcher dann als Sieger der Pokerrunde hervorgeht.⁷

Wenn Letzteres nicht eintritt, dann erfolgt die Austeilung des *Flops*. Hier handelt es sich um drei Karten, welche für alle Spieler sichtbar und mit den

⁵ Vgl. Sklansky (2004), S. 4 f

⁶ Bevor eine Pokerrunde startet werden sog. *Blinds* gesetzt, welche fixierte Einsätze der Spieler sind. Diese fixierten Einsätze rotieren im Uhrzeigersinn und werden von den ersten beiden Spielern getragen, welche in einer Setzrunde (in allen außer in erster Setzrunde) anfangen.

⁷ Zudem ist die Reihenfolge in einer Setzrunde stets festgelegt und das sequentielle Setzen geschieht ebenfalls im Uhrzeigersinn.

Private Cards kombinierbar sind. Diese Art von Karten nennt man deshalb auch *Community-Cards*, weil sie für alle Spieler zugänglich sind. Nach dem Flop erfolgt eine weitere Setzrunde. Falls weiterhin mindestens zwei Spieler verblieben sind, folgt die Austeilung des *Turns* als vierte Community-Card. Anschließend geht die Pokerrunde wieder in eine Setzrunde. Der Austeilung der fünften und letzten Community-Card, dem *River*, folgt der finale Vergleich der Karten der Spieler im Showdown. Voraussetzung hierfür ist wieder, dass mindestens zwei Spieler verblieben sind und in der letzten Setzrunde keiner der beiden Spieler beschließt auszusteigen. In diesem Showdown gewinnt die höhere Hand den Vergleich der noch übrigen Spieler, wobei eine Hand aus fünf Karten gebildet wird und die Bemessungsgrundlage für den Vergleich bildet. Eine Hand kann beliebig mit einer oder beiden Private Cards kombiniert werden. Der Gewinner des Vergleiches erhält den Pot und beendet damit die Pokerrunde.⁸

2.2 Spieltheoretische Betrachtung

Aus spieltheoretischer Sicht sind die besonderen Merkmale des Pokers zum einen die asymmetrische Informationsstruktur zwischen den Spielern am Tisch und zum anderen die Dynamik des Spiels, welche durch die sequentiellen Setz- und Signallunden entsteht. Eine Signallunde ist in dem Fall entweder die Austeilung der Private Cards oder der Community Cards. Die unvollständige Information liegt primär die Existenz der Private Cards zu Grunde und ferner, dass man bestimmte Aktionen des Gegners nicht eindeutig interpretieren kann bzw. bestimmten Signalen (bet/raise des Gegners) kein Event (starke Hand des Gegners) zuordnen kann, gerade weil man über den Gegner über zu wenig Erfahrungswerte verfügt. Mit steigender Dauer des Spieles reduziert sich diese Quelle der Unsicherheit, weil man mehr über seinen Gegner lernt.⁹

Die Frage nach einer optimalen Strategie im Poker ist aufgrund der Komplexität nur schwer zu beantworten. Die Komplexität drückt sich besonders in den multiplen Setzrunden und dem daraus resultierendem Spielbaum, aber auch dadurch aus, dass einem Spieler pro Setzrunde drei Handlungsalternativen zur Verfügung stehen (fold, check/call, bet/raise) und

⁸ Vgl. Billings et al. (2003), S. 1f und Kendall und Willdig (2001), S. 191 f

⁹ Vgl. Billings et al. (2003), S. 1f und Riley et al. (2008), S.326 f

auf eine Aktion dieses Spielers wiederum die übrigen Spieler eben mittels dieser drei Alternativen reagieren. Aus diesen Gründen werden Abstraktionen getroffen, um die Komplexität zu reduzieren ohne dabei wichtige Eigenschaften des Spieles zu verlieren. Zu den Abstraktionen zählen z. B.: die Reduktion der Starthände auf bestimmte Gruppen anstatt sie einzeln zu betrachten oder im Extremfall gar die Reduktion des *Decks* auf *Könige* und *Damen* (Minipoker). Es ist jedoch auch üblich, dass bestimmte irrationale Handlungen gänzlich ausgeschlossen werden, um die mögliche Strategiemenge zu reduzieren, wie z. B.: ein fold mit der höchsten Karte/Starthand oder ein call mit der schwächsten Karte/Starthand.¹⁰

Bei der Wahl einer optimalen Strategie maximiert der Spieler seinen Erwartungswert. Diese Wahl der optimalen Strategie sollte zum einen die Gewinne maximieren, jedoch auch die eigenen Verluste durch fehlerhaftes Spiel minimieren. Die optimale Strategie ist jedoch situationsabhängig, d.h. je nach Starthand kann sich eine optimale Strategie verändern. Da die Austeilung der Starthände aus einem Zufallsprozess resultiert, sofern das *Deck* fair ist, liegt die Vermutung nahe, dass die Wahl einer optimalen Strategie auch ein Zufallsprozess ist, welcher bestimmten Handlungsalternativen eine Wahrscheinlichkeit zuweist. Aus diesem Grund wird die Wahl einer puren Strategie ausgeschlossen und angenommen, dass eine gemischte Strategie für den Spieler optimal ist.¹¹ Ferner folgt aus dieser Tatsache, dass Poker auch als *Signalling*-Spiel mit einem halb-trennendem Gleichgewicht zu sehen ist. Im Gleichgewicht kann ein Spieler aus einer bestimmten Aktion des Gegners zwar Rückschlüsse auf die Karten seines Gegners ziehen, jedoch nur mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit daran glauben.¹²

2.3 Entscheidungstheoretische Betrachtung

Während einer Pokerrunde ist man häufig gefordert schnelle Entscheidungen zu treffen, welche durch die Existenz der anderen Private Cards zu schwierigen Entscheidungen werden. Die Entscheidungsfindung ist von der Informationsasymmetrie ausgehende Unsicherheit derart gestört, sodass man

¹⁰ Vgl. Swanson (2005), S. 3f und Billings et al. (2003), S. 2f

¹¹ In den Kapiteln 3 und 5 soll dieser Annahme genauer nachgegangen werden.

¹² Vgl. Swanson (2005), S. 4f und Riley et al. (2008), S. 328f und S.331f.

sich als Spieler probabilistischer Hilfsmittel begnügt. Aus dieser Motivation heraus entstanden Ansätze, die sinnvolle Handlungsnormen in bestimmten Situationen oder ganze Strategien auf der Basis der sog. *Pot-Odds* ableiteten. Es werden demnach Aktionen mit positiven Erwartungswerten durchgeführt (call oder bet), bei unrentablen Vorhaben wird eine Aktion unterlassen (fold)¹³. Diese Ansätze stellen an den einzelnen Spieler gewisse Anforderungen, die er in der Realität in einem dynamischen Umfeld ggf. nicht mehr gerecht werden kann.

Das trifft besonders dann zu, wenn von einem Spieler gefordert wird seine Gewinnwahrscheinlichkeit korrekt einzuschätzen, Aktionen des Gegners gemäß seinem eigenen Kalkül einzuordnen oder sich risikoneutral zu verhalten, indem er sich ausschließlich nach Erwartungswerten entscheidet.

Ferner erweist es sich ebenfalls als fragwürdig, ob sich ein Pokerspieler stets gedächtnislos verhält, d. h. dass Ereignisse in einer vorherigen Pokerrunde keinen signifikanten Einfluss auf sein Verhalten in der aktuellen Runde haben. Diese Events in der Vergangenheit stellen für sein Handeln eine Art Referenzpunkt dar, an dem er sein künftiges Handeln misst und bewertet. Zudem können auch monetäre Werte, wie z. B. Gewinne oder Verluste, einen Referenzpunkt abbilden und eine vergangenheitsorientierte Spielweise auslösen. Da Gewinne und Verluste ebenso psychologische Effekte auf den Spieler haben, sind sie wesentlicher Treiber der Vergangenheitsorientierung. Als Folge kann man ableiten, dass ein Spieler kognitiven Verzerrungen unterliegt und deshalb die geistigen Anforderungen nicht immer erfüllen kann. Die eigene Gewinnwahrscheinlichkeit wird dann über- oder unterschätzt oder Spieler verhalten sich plötzlich risikoavers oder risikoaffin. Hierdurch lassen sich wesentliche Erkenntnisse der *Prospect Theory* (Kahneman & Tversky, 1979) anwenden, welche die Entscheidungsfindung unter Unsicherheit beleuchtet. Die Partizipation an einer Pokerrunde stellt dann bspw. die Erwägung des Erwerbs einer Lotterie dar.¹⁴

Desweiteren sind ebenso andere kognitive Phänomene zu beobachten, welche die statistischen Eigenschaften des Spieles anzweifeln und auf Basis von Events in der Vergangenheit eigene Rückschlüsse auf die Zukunft ziehen. Da

¹³ Vgl. Sklansky (2004), S. 22-32

¹⁴ Vgl. Smith et al. (2009), S. 3-6

in jeder Pokerrunde die Karten neu ausgeteilt werden, ist stark davon auszugehen, dass die eigene Gewinnwahrscheinlichkeit und damit die Partizipationsentscheidungen in jeder Runde unabhängig voneinander getroffen werden. Kognitive Verzerrungen in der Entscheidungsfindung liegen jedoch genau dann vor, wenn Spieler auf Basis eigener Beobachtungen in kleinen Samples Erwartungen für das Auftreten eines Events in der Zukunft bilden. Hierbei werden die Unabhängigkeit der Pokerrunden und der Einfluss der Glückskomponente in dem Spiel an sich völlig ausgeblendet, was wiederum zu Abweichungen der unterstellten Risikoneutralität führt. Genauer gesagt steigt der Glaube an Autokorrelationen von Zufallsgrößen, je öfter ein Event in der Vergangenheit auftritt, was durch die Frequenz der Teilnahme wiederum zu einer Änderung der Risikoeinstellung führt. Die erwartete Autokorrelation von Zufallsgrößen kann sowohl negativ (*Gamblers Fallacy*) als auch positiv (*Hot Hand Fallacy*) sein, dabei verändert sich Entscheidung über die Teilnahme gemäß der erwarteten Realisationen der Zufallsgrößen.¹⁵

3 Poker-Strategien

Wenn das Verhaltensmuster eines Poker-Spielers aus einem gewissen Kalkül heraus entsteht und nicht als zufällig zu sehen ist, spricht man von einer Strategie. Die Umsetzung einer Poker-Strategie erfolgt mittels des Stacks des Spielers und ist auch als Bündel von Handlungsalternativen (check/fold, call, bet/raise) zu verstehen, welche mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit ausgeführt werden. Die Bedingung für die Wirksamkeit einer Poker-Strategie ist jedoch, dass der Spieler seinen Erfolg signifikant beeinflussen kann und es nicht ausschließlich vom Glück abhängt. Ansonsten wäre u. U. eine optimale Poker-Strategie einer zufälligen Strategie nicht zwingend überlegen.¹⁶

In diesem Kapitel soll zunächst das Pokermodell von *Von Neumann/Morgenstern* (1944) vorgestellt werden, um anhand eines einfachen Basismodells die spieltheoretische Darstellung einzuleiten. Anschließend wird

¹⁵ Vgl. Rabin & Vayanos (2009), S.18-22 und Smith et al. (2009), S.6f

¹⁶ In Kapitel 4 wird dieser Aspekt genauer untersucht.

das Modell um drei Fälle erweitert, wodurch sowohl die extensive Form des Spieles als auch die Strategien an Komplexität gewinnen.

Im zweiten Teil des Kapitels wird die Bildung der Strategie auf probabilistischer Ebene genauer erläutert. In diesen Ansätzen steht der Gegner mehr im Fokus der Strategieentwicklung, da man im Idealfall aus den Handlungen des Gegners Rückschlüsse zieht und die Informationsasymmetrie minimiert. Desweiteren werden Handlungen des Spielers an Erwartungswerten geknüpft, welche von Runde zu Runde variieren. Deshalb ist auch die Strategie stets situationsabhängig und im Wesentlichen von der Stärke und dem Potential der Starthand bestimmt.

3.1 Spieltheoretische Darstellung

In diesem Teilkapitel steht das 2-Personen Poker-Modell von *Von Neumann/Morgenstern* (1944) im Fokus, welches neben dem Modell von *Borel* (1939) das Thema Poker als Erstes aufgegriffen hatte. Die beiden Theorien unterscheiden sich nur in dem Punkt, dass der beginnende Spieler nicht unmittelbar den Pot verliert, wenn er nicht setzt. Im *Borel*-Modell setzt (bet) der Spieler oder steigt aus (fold), wohingegen *Von Neumann/Morgenstern* ihm ein check zugestehen, sodass der Spieler nicht zwangsläufig den Pot verliert.¹⁷ Dieses Modell soll um drei Fälle erweitert werden, welche den Spielbaum vergrößern und den Aktionsradius der Spieler erweitern. Zudem soll auf die Verteilung der Starthände eingegangen werden, da in diesen Modellen der Wert einer (Start-) Hand eine bestimmte Nummer zugewiesen wird.

3.1.1 Verteilung der Starthände

In den spieltheoretischen Modellen zu Poker wird einer bestimmten Hand eine gewisse Nummer zugewiesen, welche sich zwischen 0 und 1 bewegt. Je näher die Nummer der Hand an 1 liegt, desto stärker ist sie und umso besser stehen die Chancen eines Spielers im Showdown. Im 2-Personen Poker werden die Hände der Spieler mit der Zufallsvariable X bzw. Y beschrieben, welche i. i. d. und im Intervall $(0,1)$ verteilt sind.¹⁸ Im Folgenden soll die Normierung von

¹⁷ Vgl. Ferguson & Ferguson (2003), S. 2 und 6 f.

¹⁸ Vgl. Ferguson & Ferguson (2003), S. 1f und Dreef et al. (2003a), S. 84f.

den Händen im Poker verdeutlicht werden, wodurch die spieltheoretische Analyse vereinfacht wird.

Die Bemessungsgrundlage für einen Vergleich zweier Spieler im Showdown wird, wie einleitend erwähnt, aus fünf Karten gebildet. Diese Hand kann ausgehend von ihrer Wertigkeit klassifiziert werden. Die Klassifikation erfolgt wiederum auf Basis der Eintrittswahrscheinlichkeit einer bestimmten Hand, hierdurch entstehen grobe Rangfolgen der Hände. Die stärkste Hand in dieser Rangfolge hat dabei die niedrigste Eintrittswahrscheinlichkeit. Aus dieser groben Klassifizierung entstehen 10 Klassen von Pokerhänden (Vgl. Tabelle 20 und 21).

Die Rangfolge der Hände innerhalb einer Klasse entsteht durch den einzelnen Vergleich der Karten, wobei immer mit der höchsten Karte in einer Hand gestartet wird. Wenn man die Pokerhände zusätzlich anhand ihrer Rangfolge innerhalb einer Klasse ordnet, entstehen sog. Subklassen. In diesen Subklassen sind alle Hände gleich und diese treten mit einer gewissen Frequenz auf. Wenn man alle Subklassen erfasst hat, sind es nur noch wenige Schritte bis zu einer approximativen Verteilungsfunktion der Pokerhände. Zuerst setzt man die geordneten Subklassen ins Verhältnis zu ihrer Eintrittswahrscheinlichkeit. Hier ist wie erwartet ein abnehmender Verlauf zu beobachten, wenn man mit der kleinsten Subklasse anfängt. Hinterher normiert man die Subklassen zwischen 0 und 1, d. h. man bestimmt den Anteil einer Subklasse am Gesamtanteil der Subklassen. Wenn man dasselbe für die Eintrittswahrscheinlichkeit der Subklassen macht und die Daten jeweils kumuliert, erhält man eine approximative Verteilungsfunktion für die Pokerhände. Hierbei ist zu beachten, dass eine Hand umso stärker ist, je näher ihre Nummer an der 1 liegt und je seltener sie auftritt (Vgl. Abbildung 30 und 31).¹⁹

3.1.2 Von Neumann/Morgenstern Poker

In diesem Ansatz nehmen zwei Spieler, nämlich Spieler 1 und 2, an einer Pokerrunde teil. Beide Spieler treten zu Beginn der Runde einen fixen Betrag ab, auch *ante* genannt. Dieser Betrag wird von den Spielern nicht als Verlust

¹⁹ Vgl. Dreef et al. (2003a), S. 92-96.

gesehen, sondern eher als ein Bonus falls man den Pot gewinnt. Der fixe Betrag oder *ante* sei im Folgenden gleich 1.

Nach dem Abtritt des *ante* erhalten die Spieler ihre Karten, die Hand von Spieler 1 sei X und die Hand von Spieler 2 sei Y. Die Hände der Spieler sind i. i. d. und im Intervall von (0,1) verteilt. Nach dem Erhalt der Hände eröffnet Spieler 1 die Pokerrunde. Der Spieler 1 wählt zwischen einem bet oder einem check. Bei einem bet setzt er den Betrag B. Anschließend ist der zweite Spieler am Zug. Wenn der erste Spieler checkt, kommt es zu einem Showdown zwischen den Spielern. Sollte Spieler 1 jedoch setzen, wählt Spieler 2 zwischen einem call oder einem fold. Bei einem call kommt es erneut zu einem finalen Vergleich der Karten der Spieler. Der resultierende Spielbaum lässt sich wie folgt darstellen:

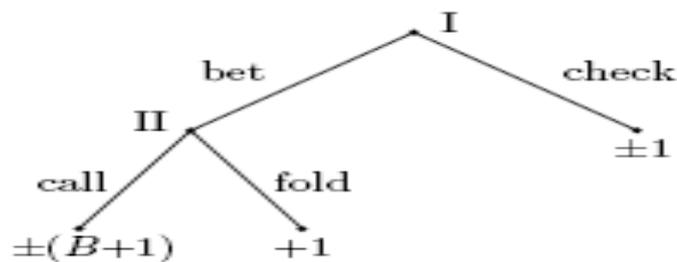


Abbildung 1: Spielbaum für das 2-Personen Poker

(Quelle: Ferguson & Ferguson, 2003, S.7)

Die Wahl einer Strategie durch den Spieler hängt bedeutend von der Stärke der Starthand ab, jedoch ebenso von der Position des Spielers. Es wird angenommen, dass die Wahl der Strategie von besonderen Schwellenwerten (a, b, c) abhängt, welche mit dem Wert der eigenen Hand verglichen werden. Auf diese Weise bestimmt ein Spieler seine optimale Strategie. Wenn der Wert einer Hand genau einem Schwellenwert entspricht, ist der Spieler indifferent zwischen Strategien bzw. Aktionen. Durch Bestimmung der Indifferenzgleichungen, d.h. erwartete Cashflows aus den beiden Aktionen werden gegenübergestellt, werden hinterher die Schwellenwerte berechnet.

Das Entscheidungsproblem des Spielers lässt sich wie folgt darstellen:

I:	bet	check	bet
	a		b
II:	fold	call	
	0	c	1

Abbildung 2: Indifferenzsystem für das Spiel

(Quelle: Ferguson & Ferguson, 2003, S.7)

Die optimalen Strategien lauten für Spieler 1, dass er setzen soll wenn seine Hand X a unterschreitet oder b überschreitet. Im ersten Fall ist ein *Bluff- Bet* optimal, im zweiten Fall ist die Rede von einem *Value- Bet*. Liegt seine Hand zwischen b und a , so ist ein check optimal. Die optimale Strategie für Spieler 2 ist auszusteigen wenn seine Hand c unterschreitet und ansonsten ein call. Durch Lösung der Indifferenzgleichungen ergeben sich folgende

Schwellenwerte:
$$a = \frac{B}{(B+1)(B+4)} \quad \text{und} \quad b = \frac{B^2 + 4B + 2}{(B+1)(B+4)} \quad (1) \quad (2)$$

$$c = \frac{B(B+3)}{(B+1)(B+4)} \quad (3).^{20}$$

Auf Basis der Schwellenwerte lassen sich ebenso Verhaltensstrategien ableiten, welche die Werte in eine Wahrscheinlichkeit integrieren. Hieraus wird die Wahrscheinlichkeit eines Calls oder eines Bets bestimmt. Die Verhaltensstrategien können demnach wie folgt ausgedrückt werden²¹:

$$P(\text{bet mit Hand } X) = 1, \text{ wenn } X < a \text{ und } X > b \text{ und } 0 \text{ sonst.} \quad (4)$$

$$P(\text{call mit Hand } Y) = 0, \text{ wenn } Y < c \text{ und } 1 \text{ sonst.} \quad (5).$$

3.1.3 Erweiterungen des Von Neumann/Morgenstern Pokers²²

Das vorgestellte Basis-Modell von Von Neumann/Morgenstern soll nachfolgend um drei Fälle erweitert werden. Dies bedeutet, dass sowohl der Spielbaum erweitert wird als auch die Varietät der Poker-Strategien der beiden Spieler neue Formen annimmt. Die Erweiterungen bestehen vor allem

²⁰ Vgl. Ferguson & Ferguson(2003), S. 6-9 und Ferguson et. al (2007), S. 1f.

²¹ Vgl. Dreef et al. (2003a), S. 91

²² Vgl. Ferguson et. al (2007), S. 3-16

dadurch, dass Spieler 2 nicht so mehr passiv agiert und ihm zugestanden wird zu setzen bzw. zu erhöhen. Hierdurch gewinnt eine Setzrunde an Komplexität.

Erweiterung 1: Spieler 2 kann setzen, falls Spieler 1 checkt.

In diesem Fall eröffnet Spieler 1 die Pokerrunde, nachdem beide Spieler ihre Karten erhalten und ihren *ante* abgetreten haben. Die Karten von Spieler 1 bzw. 2 seien X bzw. Y und i. i. d. verteilt im Intervall $(0,1)$. Der Spieler 1 wählt zwischen einem Bet und einem check.²³ Im ersten Fall wählt Spieler 2 ein call oder er steigt aus. Im Unterschied zum Basismodell darf Spieler 2 nun jedoch selber setzen, falls Spieler 1 checkt. Wenn dies der Fall ist, muss Spieler 1 darauf mit einem call oder fold antworten. Weiterhin besteht auch die Möglichkeit eines sofortigen Showdowns, falls beide Spieler checken.

Im Gegensatz zum Basismodell wird hier Spieler 2 die Möglichkeit eines Bluffs eingeräumt. Zudem wird auch hier eine Art Informationsvorteil des Spielers 2 deutlich, da ein check des Spielers 1 evtl. Schwäche signalisiert und er Informationen über seine Private Cards erhält. Der resultierende Spielbaum nimmt konkret folgende Gestalt an:

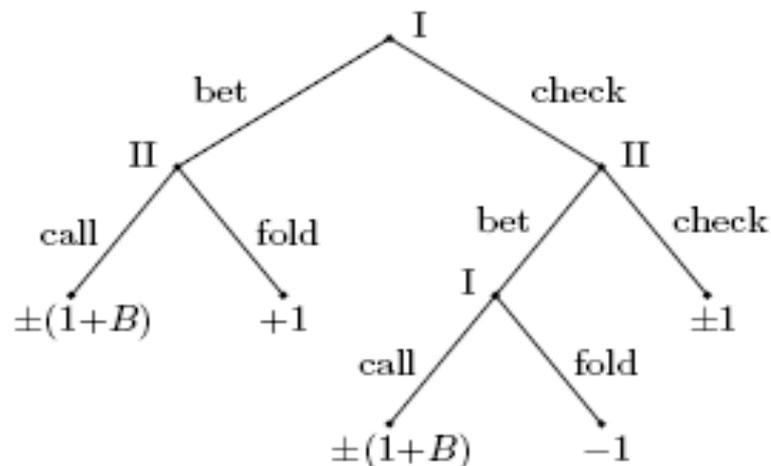


Abbildung 3: Spielbaum der ersten Erweiterung

Wie im Basismodell hängt die Wahl einer optimalen Strategie von gewissen Schwellenwerten ab, welche mit der Starthand verglichen werden. Die Anzahl dieser Werte hat sich jedoch mit der Komplexität des Spielbaumes erhöht. Es wird angenommen, dass die Wahl einer optimalen Strategie von sechs

²³ Dies soll für alle Fälle gelten und nicht weiter aufgeführt werden.

Schwellenwerten (a, b, c, d, e, f) ab. Der Zusammenhang zwischen den Strategien und den einzelnen Werten spiegelt sich im Entscheidungsproblem der Spieler wieder:

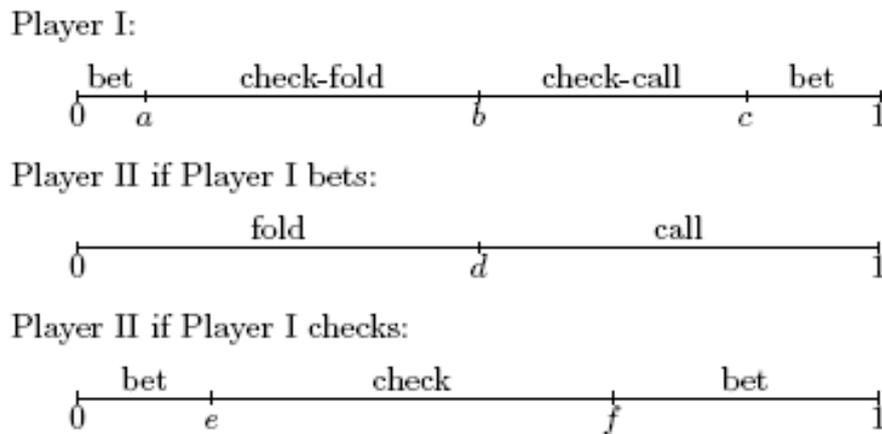


Abbildung 4: Indifferenzsystem der ersten Erweiterung

Die optimalen Strategien für Spieler 1 lauten für den Fall, dass X entweder a unterschreitet oder c überschreitet, ein bet und *check-fold* für $a < X < b$ sowie *check-call* für $b < X < c$. Die letzte Strategie ist besonders dann effektiv, wenn der Gegner blufft und als eine zurückhaltende Art zu verstehen mittelstarke bis starke Hände zu spielen.

Die optimalen Strategien des zweiten Spielers hängen von der ersten Aktion des Spielers 1 ab. Wenn Spieler 1 setzt, ändert sich hinsichtlich der optimalen Strategie des zweiten Spielers nichts. Er steigt nämlich aus, wenn seine Hand Y d unterschreitet und wendet ansonsten den Betrag B auf, um im Spiel zu bleiben. Wenn Spieler 1 hingegen checkt, wählt Spieler 2 ein bet wenn Y e unterschreitet oder f überschreitet. Im ersten Fall würde Spieler 2 die neue Möglichkeit eines Bluffs nutzen, andernfalls wählt er ein *Value-Bet*. Die Hemmschwelle eines Bluffs ist beim zweiten Spieler jedoch höher als bei Spieler 1, da $a < e$. Durch lösen des Indifferenzsystems ergeben sich folgende Werte für die optimalen Strategien:

$$a = \frac{2B}{(2+B)^2(1+B)} \quad b = \frac{B}{2+B} \quad c = \frac{B(B+3)}{(2+B)(1+B)} \quad (6) \quad (7) \quad (8)$$

$$d = \frac{B}{2+B} \quad e = \frac{B}{(1+B)(2+B)} \quad f = \frac{B}{1+B} \quad (9) \quad (10) \quad (11).$$

Erweiterung 2: Spieler 2 könnte erhöhen, falls Spieler 1 setzt.

In dieser Erweiterung wird erstmals einem Spieler die Möglichkeit eingeräumt nicht nur einen Betrag zu setzen, sondern einen vom Gegner bereits gesetzten Betrag sogar zu erhöhen (*raise*). Wenn der Gegner dann die Erhöhung nicht mitgeht, so verliert er seinen zuvor gesetzten Betrag B. Der Betrag der Erhöhung durch einen Spieler sei mit R gekennzeichnet.

Der Spieler 1 ist in dieser Variante als Erster am Zug und wählt zwischen einem bet und einem check. Falls er checkt, kommt es zum sofortigen Showdown zwischen den Spielern. Falls er setzt, stehen dem Spieler 2 drei Handlungsalternativen zur Verfügung. Er kann aussteigen (fold), den geforderten Betrag B mitgehen (call) oder sogar den Spieler 1 wiederrum unter Druck setzen, indem er um R erhöht (raise). Bei einer Erhöhung ist Spieler 1 gefragt ob er mitgeht (*bet-call*) oder aussteigt (*bet-fold*).

Ein raise durch einen Spieler dient primär dazu die potentiellen Gewinne zu vergrößern und symbolisiert eine starke Hand. Da dem Spieler ebenfalls die Möglichkeit eines calls zusteht, mit dem er ggf. seine Verluste minimieren könnte, liegt die Vermutung nahe, dass im Falle eines raise zum einen die eigenen Chancen in einem Showdown sehr gut stehen sollten und zum anderen deshalb die Gewinne gesteigert werden. Mit einer starken Hand stellt man sich mit einer Erhöhung in diesem Modell nicht schlechter als bei einem call, da man zumindest den Betrag B erhält wenn der Gegner nach der Erhöhung aussteigt.

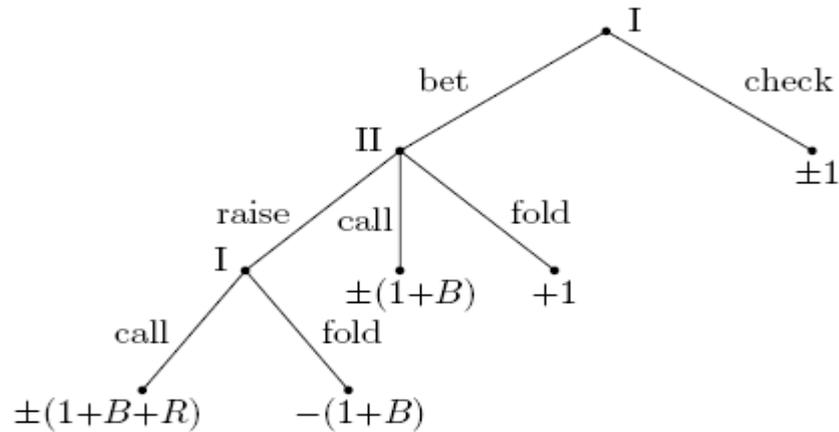
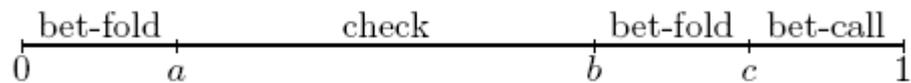


Abbildung 5: Spielbaum der zweiten Erweiterung

Die Wahl der optimalen Strategien hängt ähnlich wie in der ersten Erweiterung von sechs Schwellenwerten ab, welche im Entscheidungsproblem der Spieler mit einer bestimmten Strategie im Zusammenhang gestellt werden. Die Schwellenwerte seien wiederum a , b , c , d , e und f .

Player I:



Player II if Player I bets:

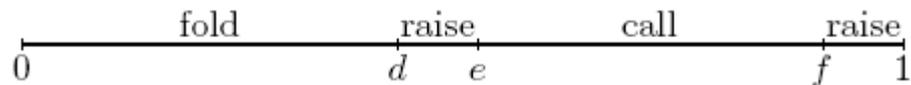


Abbildung 6: Indifferenzsystem der zweiten Erweiterung

Die optimale Strategie für Spieler 1 ist ein bet-fold, also zu setzen und auszusteigen falls Spieler 2 erhöht, wenn $a > X$ und $b < X < c$. Der Spieler 1 sollte im Übrigen checken, wenn $a < X < b$ und bet-call wählen, falls $c < X$. Bei einem bet-fold steigt der Spieler aus, weil er entweder bei einem puren Bluff ertappt wurde und deshalb ein Showdown nicht lohnenswert wäre oder er hält eine mittelstarke bis starke Hand, welche ihm jedoch nicht stark genug erscheint um der antizipierten Hand des Gegners stand zu halten. Um seine Verluste zu minimieren steigt der Spieler 1 dann lieber aus.

Für den zweiten Spieler erweist es sich als optimal auszusteigen, wenn $Y < d$, und mitzugehen, wenn $e < Y < f$. Ähnlich wie in der ersten Erweiterung wird Spieler 2 die Möglichkeit eines Bluffs eingeräumt. Der Spieler 2 sollte zu einer

Erhöhung ansetzen (raise), wenn $d < Y < e$ oder $Y > f$. Im ersten Fall liegt eine Art Bluff vor, da seine Hand im zweiten Fall signifikant stärker ist. Jedoch kann der Spieler 2 aufgrund der Informationsasymmetrie zwischen den Spielern mit einem raise zumindest eine Hand $Y > e$ symbolisieren, auch wenn er in Wirklichkeit $e > Y > d$ hält. Durch Lösen des Indifferenzsystems ergeben sich folgende Lösungen für die Schwellenwerte:

$$a = \frac{B^2(2 + 2B + R)^2}{(1 + B)\Delta} \qquad b = 1 - \frac{(2 + B)}{B}a \qquad (12) (13)$$

$$c = 1 - \frac{2B(2 + B)(2 + 2B + R)}{\Delta} \qquad d = \frac{B}{(2 + B)} + \frac{2}{(2 + B)}a \qquad (14) (15)$$

$$f = 1 - \frac{B(2 + B)(2 + 2B + R)}{\Delta} \qquad e = \frac{B}{1 + B} - a \qquad (16) (17)$$

$$\text{mit} \quad \Delta = B(4 + B)(2 + 2B + R)^2 + (1 + B)(2 + B)^2 R \qquad (18).$$

Erweiterung 3: Zwei Setzrunden mit *Sandbagging* durch Spieler 1.

Die letzte Erweiterung des Basismodells kombiniert die Ideen der ersten beiden Erweiterungen, außerdem wird dem Spieler 1 die Möglichkeit des *Sandbagging* oder *Slowplaying* geboten. Diese Begriffe beschreiben eine sehr zurückhaltende Art sehr starke Hände zu spielen, um die potentiellen Gewinne zu erhöhen. Das Setzen überlässt man hierbei erst dem Gegner und symbolisiert selber zuerst eine relativ schwache Hand. Zum anderen sollte man sich in früherer Position befinden, damit Personen hinter einem anfangen zu setzen, welche man dann überbietet nachdem zuvor gecheckt wurde.

Wenn Spieler 2 bspw. an letzter Position *Slowplaying* spielt und checkt, kommt es zum sofortigen Vergleich der Karten der beiden Spieler. In diesem Modell ist der Spieler in früherer Position klar begünstigt *Sandbagging* zu spielen, was sich ebenso auf die weitaus komplexere Realität anwenden lässt.²⁴

²⁴ Vgl. Sklansky (2004), S. 79 ff.

Im Modell steht Spieler 1 zu Beginn der Runde vor der Wahl zwischen einem bet oder einem check. Wenn er setzt, stehen Spieler 2 drei Handlungsalternativen zur Auswahl. Entweder er steigt aus oder setzt den geforderten Betrag B, womit es zum Showdown käme. Die dritte Möglichkeit wäre zu erhöhen, was Spieler 1 wiederum unter Zugzwang setzt, denn er muss den geforderten Betrag R aufwenden um im Spiel zu bleiben. Alternativ kann Spieler 1 auch passen und verliert den Betrag B.

Wenn Spieler 1 jedoch checkt, stehen Spieler 2 zwei Alternativen bereit, nämlich ein bet oder check. Wenn Letzteres eintritt, kommt es zum sofortigem Vergleich der Karten der Spieler, wohingegen bei einem bet Spieler 1 wieder am Zug wäre. Es stehen dem Spieler 1 dann drei Aktionen zur Auswahl, nämlich call, fold oder raise. Wenn Spieler 1 in diesem Fall beschließt zu erhöhen, erscheint das eingeleitete Phänomen des Sandbagging und Spieler 2 muss hierauf mit einem fold oder einem call antworten. Der Spieler 1 hätte es dann nach seinem anfänglichem check geschafft, bei Spieler 2 einen schwachen Eindruck zu erwecken und ein bet zu provozieren. Somit gewinnt er im Endeffekt mehr als wenn er gleich gesetzt hätte und Spieler 2 gleich ausgestiegen wäre.

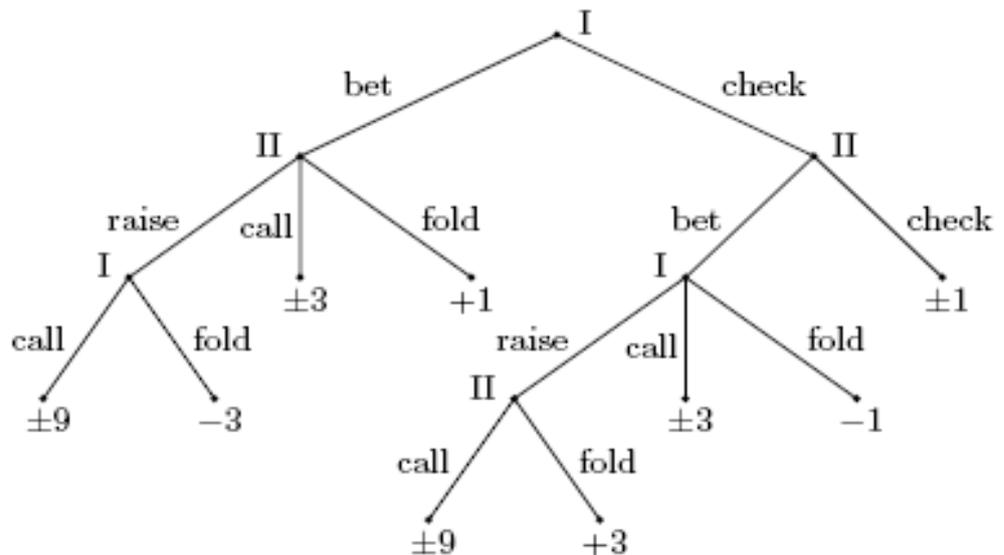
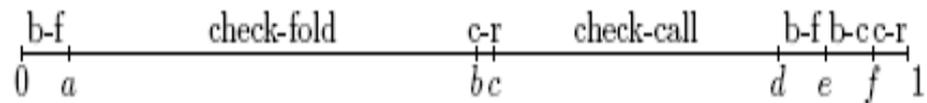


Abbildung 7: Spielbaum für die dritte Erweiterung

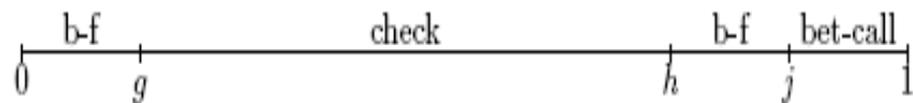
Die Wahl der optimalen Strategien erfolgt nach demselben Prinzip wie in den anderen Erweiterungen, nur dass dieses Modell den höchsten Grad an

Komplexität aufweist und den Spieler eine größere Vielfalt an Strategien zur Verfügung stehen. Die Anzahl der Schwellenwerte hat sich im Vergleich zu den ersten beiden Erweiterungen verdoppelt und beträgt 12. Der Zusammenhang zwischen diesen Werten und den Strategien wird in dem Indifferenzsystem deutlich:

Player I:



Player II if Player I checks:



Player II if Player I bets:

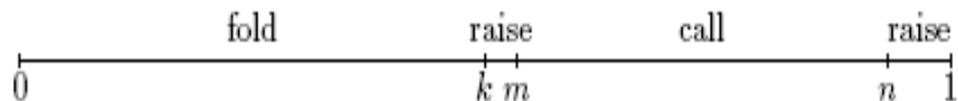


Abbildung 8: Indifferenzsystem der dritten Erweiterung

Die optimalen Strategien lauten für Spieler 1 bet-fold, wenn $X < a$ und $d < X < e$, und *check-raise*, wenn $b < X < c$ und $f < X < 1$. Dies bedeutet, dass *Sandbagging* nicht immer nur auf einer starken Hand beruht, sondern in gewissen Fällen auch als Bluff gesehen werden kann ($b < X < c$). Man will den Eindruck erwecken eine sehr starke Hand zurückhaltend zu spielen, hält in Wirklichkeit aber eine mittelstarke Hand. Im Gegensatz zu einem puren Bluff ist die Hand des Spielers hier aber nicht so schwach. Ansonsten spielt Spieler 1 check-fold, wenn $a < X < b$, check-call, wenn $c < X < d$, bet-fold, wenn $d < X < e$, und bet-call, wenn $e < X < f$.

Der zweite Spieler hingegen wählt seine optimalen Strategien abhängig davon, was der erste Spielzug des Spielers 1 ist. Wenn Spieler 1 checkt, so ist ein bet-fold optimal, wenn $Y < g$ und $h < Y < j$. Bei $g < Y < h$ sollte er ebenfalls checken, wohingegen ein bet-call optimal wäre, wenn $j < Y < 1$. Sollte Spieler

1 jedoch setzen, ergeben sich andere optimale Strategien für Spieler 2. Ein fold wäre optimal, wenn $Y < k$, und ein call, wenn $m < Y < n$. Der Spieler 2 sollte erhöhen, wenn $k < Y < m$ und $n < Y < 1$. Der Bereich $k < Y < m$ ist ebenso als Bluff-Zone verstehen, wo ähnlich wie bei Spieler 1 erhöht wird, ohne dass eine sehr starke Hand dahinter steckt.

Durch Lösung des Indifferenzsystems ergeben sich folgende Schwellenwerte:²⁵

$$a = 8, \quad g = 20, \quad b = 77, \quad c = 80, \quad h = 110, \quad d = 128, \quad j = 130, \quad f = 144,$$

$$k = 75, \quad m = 80, \quad e = 136, \quad n = 140.$$

3.2 Probabilistischer Ansatz

Ein weitaus realistischerer Aspekt der Bildung von Poker-Strategien ist jener, der Entscheidungen in Pokerrunden auf Basis von Wahrscheinlichkeiten und den damit resultierenden Erwartungswerten verknüpft. Aus dieser Motivation entstanden anfänglich Ansätze zu Poker-Strategien, bei welchen besonders die *Pot-Odds* oder die *Implied Odds* im Mittelpunkt der Strategie standen. Diese Strategien bieten zwar den Vorteil, dass sie in jeder Situation anwendbar sind und Entscheidungshilfen darstellen, welche die Sinnhaftigkeit einer Aktion in einer Pokerrunde auf rein probabilistischer Ebene prüfen. Jedoch ist an diesen Strategien zu bemängeln, dass sie sehr eindimensional gerichtet sind und die Gegner in einer Pokerrunde in der Strategiebildung völlig außer Acht lassen.

Auf dem Forschungsgebiet der *künstlichen Intelligenz* sticht Poker aufgrund der Eigenschaften des Spieles, allen voran die asymmetrische Informationsstruktur unter den Spielern, besonders hervor und stellte in Anbetracht der Modellierung einer Poker-Strategie eine Herausforderung dar. Die Entwicklung und Modellierung einer Strategie sollte im Wesentlichen die kognitiven Prozesse eines Pokerspielers abbilden, was eine weitaus komplexere Strategie implizierte. Die neu entwickelten Strategien umfassten mehr Dimensionen als die ersten Ansätze und wurden anhand verschiedener Poker-Programme implementiert und getestet. Das wohl bekannteste

²⁵ B=2, R=6 und 2 als Summe der *antes*. Alle Werte sind durch 150 zu dividieren.

Pokerprogramm nennt sich *Poki*, wessen Struktur in diesem Kapitel noch detaillierter vorgestellt werden soll.²⁶

3.2.1 Pot-Odds und Setzkurven

Eine sehr einfache und leicht zu handhabende Strategie lässt sich auf Basis der sog. *Pot-Odds* herleiten, welche sich insb. auf call-Situationen in einer Pokerrunde anwenden lassen. Die Pot-Odds beschreiben das Verhältnis eines zu setzenden Betrages um im Spiel zu bleiben mit der aktuellen Größe des Pots. Wenn die eigene Gewinnwahrscheinlichkeit über den Pot-Odds liegt, ist ein call lohnend, da man im Mittel mehr gewinnt als man durch Einsätze verliert. Umgekehrt sollte ein Spieler passen, wenn er seine Gewinnwahrscheinlichkeit schlechter als die Pot-Odds einschätzt.²⁷

Um hieraus eine Verhaltensstrategie des Spielers abzuleiten, ist es notwendig, eine Gewinnwahrscheinlichkeit zu finden, bei dem der Spieler indifferent zwischen einem fold und einem call ist. In dem Fall entsprechen die Pot-Odds genau der Gewinnwahrscheinlichkeit eines Spielers.

Zunächst sollen die Pot-Odds genauer formalisiert werden, um hinterher genau diesen Schwellenwert zu berechnen. Es seien noch $(n - 1)$ Gegner im Spiel sind und es koste k , um in den Showdown zu kommen. Die aktuelle Potgröße betrage c . Ferner ist noch zu beachten, dass k nicht für alle Spieler gleich ist, da ein Spieler in der Runde angefangen hat zu setzen (um den Betrag u) und demnach für die nachfolgenden Spieler das Erreichen des Showdowns mindestens um diesen Betrag u höher ausfällt. Wenn man weiterhin annimmt, dass der Entscheidungsträger eine mittlere Position einnimmt, so folgt für die

$$\text{Pot-Odds:} \quad \text{Pot-Odds} = \frac{k}{c + (n-1)k - \frac{(n-1)}{2}u} \quad (19).$$

Für $u = 1$ und $n = 2$ lässt sich die Gleichung vereinfachen und wenn man weiter annimmt, dass die grundsätzliche Entscheidung ein call oder fold betrifft und ein bet nicht speziell mit einbezieht, so folgt für die modifizierten Pot-Odds:

²⁶ Vgl. Billings et al. (2002), S. 201 f.

²⁷ Vgl. Sklansky (2004), S.22 f. und Billings et al. (1998), S. 4.

$$Pot - Odds = \frac{k}{c + k - 1} \quad (20).$$

Der nächste Schritt liegt darin, eine Schwellenwahrscheinlichkeit zu definieren, an der der Spieler indifferent zwischen einem fold und einem call ist. Sei θ die Schwellenwahrscheinlichkeit, dann liegt folgende Beziehung vor:

$$\theta = \frac{Pot - Odds}{1 + Pot - Odds} \Rightarrow \theta = \frac{k}{c + 2k - 1} \quad (21).$$

Um hieraus Informationen für eine Verhaltensstrategie für einen Spieler zu gewinnen, muss jeder Spieler seine eigene Gewinnwahrscheinlichkeit einschätzen können, um durch einen Vergleich mit θ Handlungsnormen abzuleiten.²⁸ Intuitiv und auf den Ergebnissen des letzten Teilkapitels basierend ist zu erwarten, dass Gewinnwahrscheinlichkeiten welche den Schwellenwert überschreiten zu Bets und Erhöhungen führen und sehr niedrige Gewinnwahrscheinlichkeiten zu Enthaltung in einer Pokerrunde. Um jedoch nicht zu berechenbar zu sein, sollten Abweichungen von dieser Faustregel erwünscht sein. Das Setzverhalten sollte demnach auch zu einem kleinen Teil zufällig und unabhängig von der Starthand sein, um als Spieler nicht zu berechenbar für die Gegner zu sein. Wenn man d als Distanz zwischen der eigenen Gewinnwahrscheinlichkeit und dem Schwellenwert θ definiert, so ergeben sich folgende Verhaltensstrategien für den Spieler:

$$P(bet / raise) = \frac{1}{1 + e^{-8(d - f_b)}} \quad (22)$$

$$P(fold) = \frac{1}{1 + e^{8(d + f_f)}} \quad (23)$$

$$P(call) = \frac{e^{-20(d + f_c)^2}}{2} \quad (24).$$

Wenn keine weiteren Setzrunden mehr ausstehen und man sich in der finalen Setzrunde kurz vor dem Showdown befindet, so lassen sich die Verhaltensstrategien auch grafisch abbilden und sogar auf typspezifisches

²⁸ Die genaue Ermittlung der eigenen Gewinnwahrscheinlichkeit soll im nächsten Teilkapitel erläutert werden und wird hier noch als gegeben angesehen.

Pokerverhalten (aggressiv vs. konservativ) anwenden. Die abhängige Variable ist hier die absolute Wahrscheinlichkeit einer Aktion, wobei die unabhängige Variable die Distanz d ist, ein Maß für die Attraktivität der Pokerrunde. Der Parameter f_i ist eine spezifische Größe und ist für jede Kurve zu schätzen.

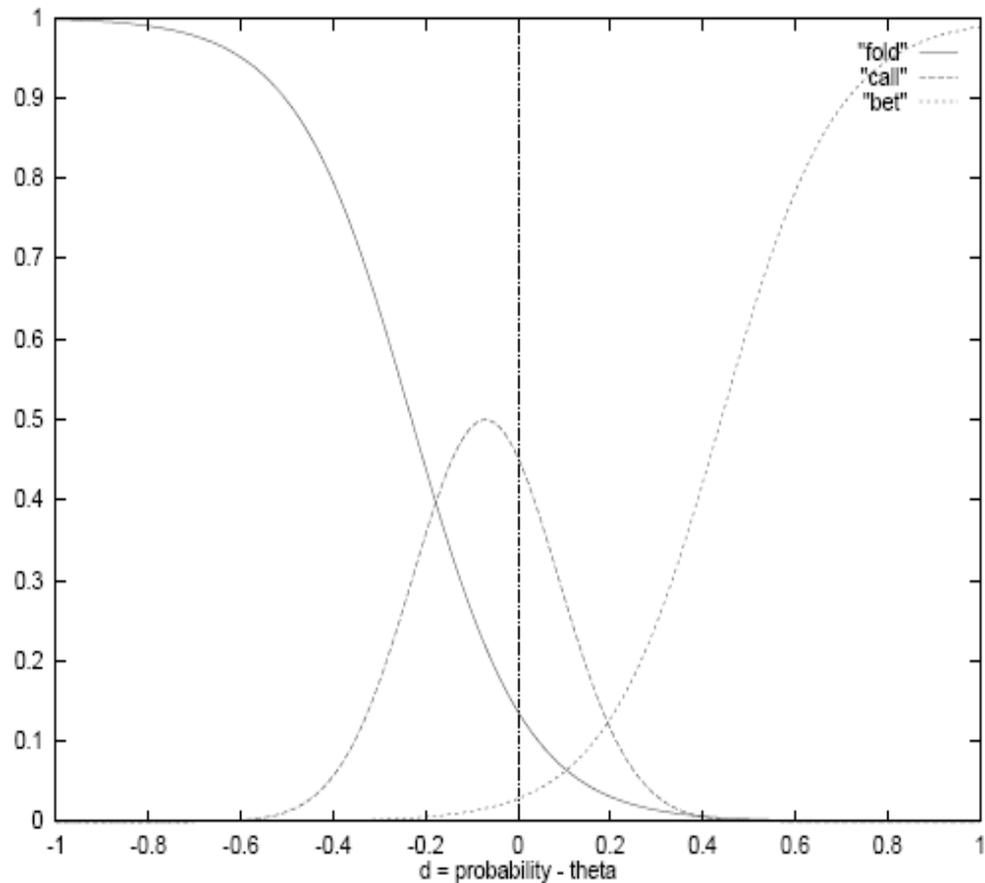


Abbildung 9: Setzkurven für die finale Setzrunde

(Quelle: Korb et al., 1999, S. 5)

Da die call-Kurve links vom Nullpunkt liegt, kann vermutet werden, dass die Schwellenwahrscheinlichkeit überschätzt wird. Weiterhin ist hinzuzufügen, dass durch eine Verschiebung der fold-Kurve nach rechts der Spieler konservativer und bei Verschiebung der bet-Kurve nach links der Spieler aggressiver agiert. Außerdem ist auch hier eine Art Bluffing-Zone evident, nämlich links von dem Nullpunkt entlang der bet-Kurve. Dies liegt wohl der Absicht zu Grunde, auch manche Hände zufällig zu spielen, um als Spieler unberechenbar zu sein bzw. zu bleiben.²⁹

²⁹ Vgl. Korb et al. (1999), S. 1-6.

3.2.2 Die Struktur und Logik von Poki

Wie einleitend bereits erwähnt wurde, soll eine weitaus komplexere Poker-Strategie entwickelt werden, welche die kognitiven Prozesse eines Poker-Spielers modelliert. Diese Strategie basiert zum einen natürlich auf Wahrscheinlichkeiten, weil Menschen diese in erster Linie nutzen, um Entscheidungen unter Unsicherheit plausibel zu zerlegen und zu begründen. Auf der anderen Seite sind Beobachtungen der Gegner ein elementarer Teil der Strategie, welche primär zur Spezifikation der relevanten Wahrscheinlichkeiten genutzt werden, jedoch auch zur Aufdeckung kausaler Beziehungen zwischen Events und bestimmten Aktionen.³⁰

Die entwickelte Poker-Strategie spiegelt sich in der Struktur des Programmes Poki wider und wird in eine *Pre-Flop* bzw. *Post-Flop*-Phase unterteilt. Das Programm abstrahiert demnach an der Phase der Pokerrunde und entwickelt voneinander unabhängige Strategien.

3.2.2.1 Pre-Flop Strategie

Diese Strategie richtet sich an die Phase vor der Austeilung der ersten Community Cards und ist im Grunde abhängig von der Starthand eines Spielers. Die typische Entscheidung im Pre-Flop betrifft die generelle Partizipation mit einer gegebenen Hand. Die Stärke oder der Wert einer Starthand wird als *Income Rate* (nachfolgend IR) bezeichnet und spiegelt den Erwartungswert einer Hand vor dem Flop wider.³¹

Die Messung dieses Erwartungswertes erfolgt auf Basis des *All-in Equity*, was bedeutet dass ein Spieler vor dem Flop seinen gesamten Stack setzt und sich im Showdown mit allen aktiven Spielern misst. Da der Spieler die Hände der Gegner nicht kennt, umfasst der Erwartungswert alle möglichen Kombinationen der Hände der Gegner im Showdown mit der eigenen Hand. Zur Messung des Erwartungswertes wurden zwei Methoden angewandt, welche beide in eine Art Rangfolge der Starthände mündeten. Die erste Methode (IR-10) war eine Simulation der Starthände gegeneinander in einer Runde mit 10 Spielern und umfasste 50000 Simulationen der wichtigsten

³⁰ Vgl. Pearl (2006), S.1f.

³¹ Vgl. Billings et al. (1998), S.3 und Billings et al. (2002), S. 210

Starthände. Als Resultat wurden diese Starthände in acht Gruppen unterteilt, wobei innerhalb einer Gruppe die Hände strategisch äquivalent sind.

Die zweite Methode (Iterated Roll-Out Simulations) war eine Erweiterung der ersten Methode mit dem Zusatz, dass eine gedächtnisbasierte Komponente eingefügt wurde und vorherige Entscheidungen die aktuellen Entscheidungen signifikant beeinflussen. So wurden bspw. Hände nicht mehr so häufig gespielt oder gepasst, wenn sie in den vorherigen Simulationen im Mittel Verluste einbrachten. Auf diese Weise reduzierte sich die Anzahl der Spieler am Tisch und implizit die Anzahl möglicher Kombinationen der Hände der Gegner, da immer mehr Hände aus Lerneffekten nicht mehr gespielt wurden. Die Situationen wurden 500000-mal simuliert. Als Resultat ergibt sich folgendes Ranking der Starthände³²:

Hand	IR-10	Iterated	Hand	IR-10	Iterated	Hand	IR-10	Iterated
AA*	+2112	+2920	ATs	+736	+640	KQo	+515	+310
KK*	+1615	+2180	99*	+553	+630	QTs	+655	+280
QQ*	+1224	+1700	KQs	+858	+620	QJs	+720	+270
JJ*	+935	+1270	AQo	+555	+560	A9s	+538	+220
TT*	+714	+920	KJs	+767	+480	ATo	+335	+200
AKs	+1071	+860	88*	+450	+450	KTs	+694	+190
AKo	+718	+850	77*	+364	+390	KJo	+391	+160
AQs	+915	+780	AJo	+430	+380	A8s	+469	+110
AJs	+813	+680	JTs	+657	+360	66*	+304	+40

Tabelle 1: Ranking der Starthände nach Billings et al.

(Quelle: Billings et al., 2002, S. 214); o = *off-suit* s = *suited* * = *Pocket Pair*

3.2.2.2 Post-Flop Strategie

Bei dem zweiten Teil der Poker-Strategie steht die Phase nach dem Flop im Mittelpunkt und die Entwicklung einer passenden Strategie vollzieht sich

³² Vgl. Billings et al. (2002), S. 210-214.

grundsätzlich in drei Schritten. Zuerst wird die effektive Stärke einer Starthand (EHS) nach dem Flop kalkuliert und hinterher eine Art Aktionstriple bestimmt, welche den Handlungsalternativen (fold, call, raise) des Spielers jeweils eine Wahrscheinlichkeit zuordnet. Auf Basis der EHS wird die Eintrittsfrequenz der drei Aktionen (fold, call, raise) reguliert und bestimmt. Zuletzt wird eine Aktion aus dem Triple relativ zufällig gewählt, um die Unvorhersehbarkeit des Programmes oder eines Spielers zu fördern. Hierbei ist noch zu erwähnen, dass zuvor als unrealistisch bewertete Aktionen von dieser Zufallswahl nicht betroffen sind.³³ Zudem rückt die Modellierung des Gegners in den Fokus, um im Idealfall Prognosen über deren Verhalten zu bilden und bestimmte Verhaltensmuster aus der Vergangenheit in die Bildung der Prognosen stark mit einzubeziehen. Die Orientierung an den Gegnern dient besonders dazu Schwächen des Gegners zu erkennen und auszunutzen.³⁴

Der erste Schritt in der Post-Flop Strategie ist die Kalkulation der EHS, welche die aktuelle Stärke einer Hand mit deren Entwicklungspotential verknüpft, um hieraus ein Aktionstriple des Spielers abzuleiten. Die EHS wird demnach aus zwei Komponenten gebildet, nämlich aus der Handstärke (HS) und dem Handpotential (PPot und NPot). Die HS bildet die Stärke einer Hand in Relation zu allen anderen Händen am Tisch ab.

Nach dem Flop steigt der Informationsstand eines Spielers, da drei weitere Karten im Flop aufgedeckt werden. Der Spieler kennt seine eigenen Karten, womit 47 Karten im Deck verbleiben, aus denen die verbleibenden Gegnern möglicherweise eine Hand halten.³⁵ Die HS wird bei gegebenem Flop ermittelt, indem alle möglichen Hände der Gegner mit der eigenen Hand verglichen werden. Wenn in diesen Vergleichen eine Hand des Gegners genauso stark ist wie die eigene wird sie mit 0,5 und wenn die eigene Hand der Favorit ist mit 1,0 gewichtet. Diese Fälle werden aufsummiert und durch die Gesamtzahl der möglichen Hände des Gegners geteilt.

Als Ergebnis erhält man eine Wahrscheinlichkeit, dass die eigene Hand besser ist als eine Zufallshand. Diese Wahrscheinlichkeit nennt man HS und kann an die Zahl der verbleibenden Gegner am Tisch angepasst werden. Je mehr

³³ Dies liegt dann vor, wenn im Aktionstriple die Wahrscheinlichkeit 0 einer Aktion zugeordnet wurde und wäre bspw. der Fall wenn man eine starke Hand hält und ein fold bewertet wird.

³⁴ Vgl. Billings et al. (2002), S. 214-227.

³⁵ Damit ergeben sich 1081 mögliche Hände für den bzw. die Gegner.

Gegner am Tisch sitzen, desto niedriger die eigene Handstärke. Das Programm berücksichtigt diesen Aspekt, indem die HS abhängig von der Anzahl der Gegner auf potenziert wird. Wenn i Gegner im Spiel sind, folgt dann für die $HS_i = HS^i$.³⁶

Die andere Komponente für die EHS ist das Handpotential, welche sowohl negativ (NPot) als auch positiv (PPot) sein kann. Im ersten Fall drückt NPot die Gefahr aus, dass man die beste Hand nach dem Flop hält und am Ende verliert. Dies wäre bspw. der Fall wenn man nach dem Flop zwar das höchste Paar hält, das Board trotzdem relativ gefährlich ist, weil die Möglichkeit eines Flushes oder einer Straight besteht. In diesem Fällen fehlt dem Gegner womöglich nur eine Karte zu einer sehr starken Hand. Die andere Möglichkeit PPot bildet im Wesentlichen den umgekehrten Fall ab und ist für das Setzverhalten interessanter, da man in der Regel setzt wenn man die aktuell beste Hand hält unabhängig vom NPot.

Die Kalkulation des PPot bzw. NPot erfolgt ähnlich wie bei der HS, indem man dem Gegner alle möglichen Hände unterstellt und die relevanten Fälle aufsummiert. Der entscheidende Unterschied hierzu ist, dass man ebenfalls alle möglichen zukünftigen Karten auf dem Turn und River in die Kalkulation und die Summierung möglicher positiver bzw. neutraler Szenarien integriert. Das positive Handpotential ergibt sich demnach als Anteil der Szenarien in denen sich die eigene Hand noch zur besten Hand entwickelt in Relation zu allen Szenarien in denen die eigene Hand nach dem Flop nicht die beste ist. Formal nimmt die Bestimmung der EHS folgende Gestalt an:³⁷

$$EHS = HS^n + (1 - HS^n)PPot \quad (25).$$

Die Kalkulation der EHS kann jedoch weiter verbessert und vereinfacht werden, wenn man in Betracht zieht, dass nach dem Flop nicht jede mögliche Hand gleich gewichtet wird. Das liegt der Annahme zu Grunde, dass stärkere Hände von einem Spieler eher gespielt werden als schwache Hände. Manche Hände sollten nach dem Flop ausgeschlossen werden und damit die Kalkulation der Entscheidungsvariablen vereinfachen, da sich die Menge

³⁶ Vgl. Billings et al. (2002), S. 215 und Billings et al. (1998), S. 3.

³⁷ Vgl. Billings et al. (2002), S. 216-218.

möglicher Hände durch Ausschluss reduziert. Das Programm implementiert diese Absicht, indem sie mögliche Hände des Gegners unterschiedlich gewichtet. Diese Gewichtung erfolgt individuell nach dem Gegner, auf Basis der Setzhistorie der Gegner und resultiert in einer Gewichtungstabelle für die möglichen Hände je nach Gegner. Diese Tabelle wird stetig aktualisiert und reagiert auf Abweichungen des erwarteten Verhaltens des Gegners. Dadurch werden diese Gewichtungstabellen je nach Gegner individualisiert. Grafisch lassen sich die Tabellen wie folgt abbilden:

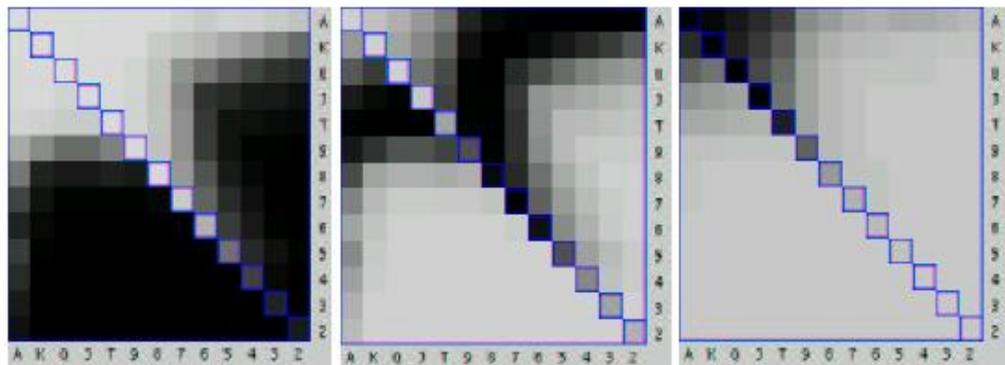


Abbildung 10: Gewichtungstabellen für eine Aktion des Gegners im Pre-Flop

(Quelle: Davidson, 2002, S. 26); Fold (links), Call (mitte), Raise (rechts)

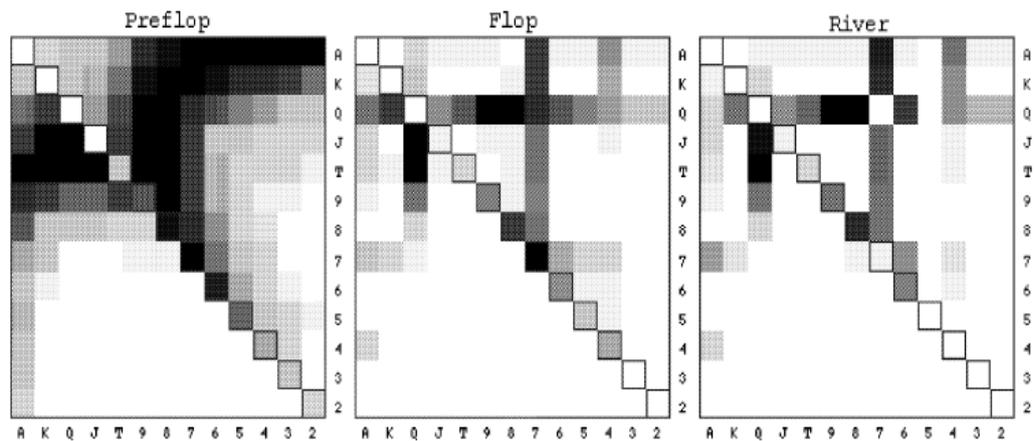


Abbildung 11: Dynamische Gewichtungstabellen für einen Gegner

(Quelle: Billings et al., 2002, S. 219)

In diesem Beispiel einer Gewichtungstabelle sind die Pocket-Pairs in der Hauptdiagonale und oberhalb jener befinden sich alle suited Kombinationen der Starthände. Die etwas dunkleren Zellen stehen für höhere Gewichte und die

hellen Zellen für Hände, die dem Gegner nicht zugetraut werden und a-priori ausgeschlossen werden.

Die Abbildung 11 bezieht sich auf ein Beispiel, in dem der Gegner in der Pre-Flop Phase zunächst callt. Daraufhin werden bestimmte Hände gänzlich ausgeschlossen, andere Hände wiederum für sehr wahrscheinlich gehalten. Nach dem Flop (Q 7 4) setzt der Gegner, woraufhin sich die Menge wahrscheinlicher Hände reduziert. Das Programm erwartet demnach, dass der Gegner sehr wahrscheinlich mindestens ein mittleres Paar, zwei Paare oder einen Drilling hält. Ebenfalls hält es das höchste Paar und eine Vielzahl von hohen suited Karten für sehr wahrscheinlich. Aufgrund der Zurückhaltung vor dem Flop käme ebenfalls ein hohes Paar in Frage, welches mit off-suited Karten gebildet wurde. Nachdem auf dem Turn (5) wieder gesetzt wurde und eine eigene Erhöhung vom Gegner nur gecheckt wurde, wurde von beiden Spielern auf dem River (5) nur gecheckt. Nachdem dem River ändern sich die Erwartungen über den Gegner nur marginal. Es werden ihm weiterhin gute Hände zugeschrieben und die Möglichkeit des Slowplaying nicht außer Acht gelassen. Da in dem Beispiel der Gegner in früherer Position sitzt, wurde vom Programm gecheckt, um ihm ggf. nicht in die Falle zu laufen. Am wahrscheinlichsten erscheinen nun suited Karten mit einem mittleren Paar und einem hohen *Kicker* oder das höchste Paar mit einem mäßigen *Kicker*. Die Gewichtungstabellen beziehen sich auf einen Gegner, in der Beispiellrunde heißt der Gegner EP. Die Setzhistorie der Beispiellrunde sei wie folgt:

	SB	BB	EP	MP	Poki
Pre-flop	small blind call	big blind check	call	call	call
Flop Q♠ 7♥ 4♦	check fold	check fold	bet	fold	call
Turn 5♥			bet call		raise
River 5♠			check		check

Abbildung 12: Setzhistorie der Beispiellrunde

(Quelle: Billings et al., 2002, S. 220); eigene Hand 6-7s

Die Aktionstriple ergeben sich als Resultat der vorherigen Analyse. Sie stellen eine Art Entscheidungshilfe und Variationsparameter der eigenen Spielweise dar. Das Aktionstriple weist jeder Aktion (fold, call, raise) eine Wahrscheinlichkeit zu und ist äquivalent zu einer gemischten Strategie aus dem spieltheoretischen Ansatz. Das Programm Poki wählt bei jeder Entscheidung die Aktion welche den höchsten Erwartungswert generiert und betrachtet die Szenarien, welche am ehesten auftreten.

Um diese Szenarien möglichst genau zu beschreiben, um auf dessen Basis Entscheidungen zu fällen, ist eine gute Kenntnis der Gegner vonnöten. Vielmehr sollte man im Stande sein, das Verhalten des Gegners zu prognostizieren und sie zu modellieren (Opponent Modelling). Hier werden ähnlich wie bei der eigenen Strategie Aktionstriple für den Gegner geschätzt. Das primäre Ziel hierbei ist es, Schwächen des Gegners aufzudecken und auszunutzen. Eine besondere Schwäche des Gegners könnte z. B. eine zu einseitige Spielweise sein, bei dem jede Erhöhung eine starke Hand und jedes fold eine schwache Hand impliziert. Im Gegensatz zu Brettspielen mit vollständiger Information muss man sich beim Poker dem Gegner widmen um seine Schwächen zu entdecken, da er sonst im "Dunkeln" Fehler begehen kann, ohne dass man Information über seine Schwächen erlangt. Die Informationsbeschaffung über den Gegner ist im Poker relativ komplex und erfolgt auf Basis limitierter Beobachtungen. Die Beobachtungen sind nämlich darin begrenzt, dass nur aufgedeckte Hände im Showdown valide Information über den Gegner liefern (Selection Bias).³⁸

Die Modellierung des Gegners kann auf verschiedene Arten erfolgen. Zum einen kann man seine eigene Strategie auf den Gegner übertragen und Prognosen über sein Verhalten fällen. In diesem Ansatz wird dem Gegner eine gewisse Rationalität unterstellt, nach der er sein Handeln beurteilt und in die Praxis umsetzt. Ein anderer Ansatz wäre dem Gegner eine vergangenheitsbasierte Strategie zu unterstellen und anzunehmen, dass er sich nicht gerade durch Variabilität in seinem Spiel auszeichnet. Demnach verläuft

³⁸ Vgl. Billings et al. (2002), S. 218-223 und Korb et al. (1999), S.4.

die Prognose über sein Verhalten in dieselbe Richtung, wie er sich zuvor in ähnlichen Situationen in der Vergangenheit verhalten hat.³⁹

Ein weitaus komplexerer Ansatz zur Modellierung des Gegners greift auf die Idee neuronaler Netzwerke zurück. Ein neuronales Netzwerk besteht aus Input-Knoten, welche mit internen Knoten verbunden sind. Diese internen oder versteckten Knoten wiederum sind mit den Output-Knoten verbunden, die schließlich für die Prognose über das Verhalten des Gegners zuständig sind. Die Input-Knoten beinhalten für die Entscheidungsfindung wichtige Informationen über das aktuelle Spielgeschehen und können als Menge unabhängiger Variablen gesehen werden. Die Ausprägung dieser Input-Knoten determiniert hinterher das Aktionstriple des Gegners, wobei in diesem Ansatz jede einzelne Aktion (fold, call, raise) als eigenständiger Knoten abgebildet wird. Ferner ist zu berücksichtigen, dass nicht alle Input-Knoten denselben Einfluss auf die Outputs haben. Als Ergebnis der Verwendung der neuronalen Netzwerke lässt sich die aktuell wahrscheinlichste Aktion des Gegners prognostizieren.⁴⁰ Ein neuronales Netzwerk mit möglichen Inputs sieht grafisch wie folgt aus:

#	Type	Description
0	real	immediate pot odds
1	real	bet ratio: $bets / (bets + calls)$
2	boolean	committed (has put money in the pot this round)
3	boolean	one bet to call
4	boolean	two or more bets to call
5	boolean	betting round = turn
6	boolean	betting round = river
7	boolean	last bets called by player > 0
8	boolean	player's last action was a bet or raise
9	real	$0.1 * numPlayers$
10	boolean	active players is 2 (heads-up)
11	boolean	player is first to act
12	boolean	player is last to act
13	real	estimated Hand Strength for opponent
14	real	estimated Hand Potential for opponent
15	boolean	expert predictor says they would call
16	boolean	expert predictor says they would raise
17	boolean	Poki is in the hand

Tabelle 2: Input-Knoten des neuronalen Netzwerkes

(Quelle: Davidson, 2002, S.42)

³⁹ Vgl. Davidson (2002), S. 37f und Billings et al. (2002), S. 224f.

⁴⁰ Vgl. Rohwer & Salim (2005), S. 1-3 und Billings et al. (2002), S. 226 f.

Die Input-Knoten weisen zwei verschiedene Typen auf, welche sich dadurch unterscheiden, dass sie entweder berechnet werden können (“real“) oder eine Binärvariable darstellen, welche entweder den Wert 0 oder 1 annimmt (“boolean“).

Das resultierende Netzwerk verbindet In- und Output und die Stärke des Einflusses ist durch die Breite der Linie dargestellt. Die schwarzen Linien stehen für einen positiven Zusammenhang und die grauen Linien für einen negativen Zusammenhang zwischen In- und Output. Sowohl in den Input- als auch in den Output-Knoten steht die Farbe Weiß für keine bis geringe Aktivierung und die Farbe Schwarz für eine hohe Aktivierung. Dies lässt sich am besten an den Input-Knoten verdeutlichen, welche zum Teil Binärvariablen innehaben.

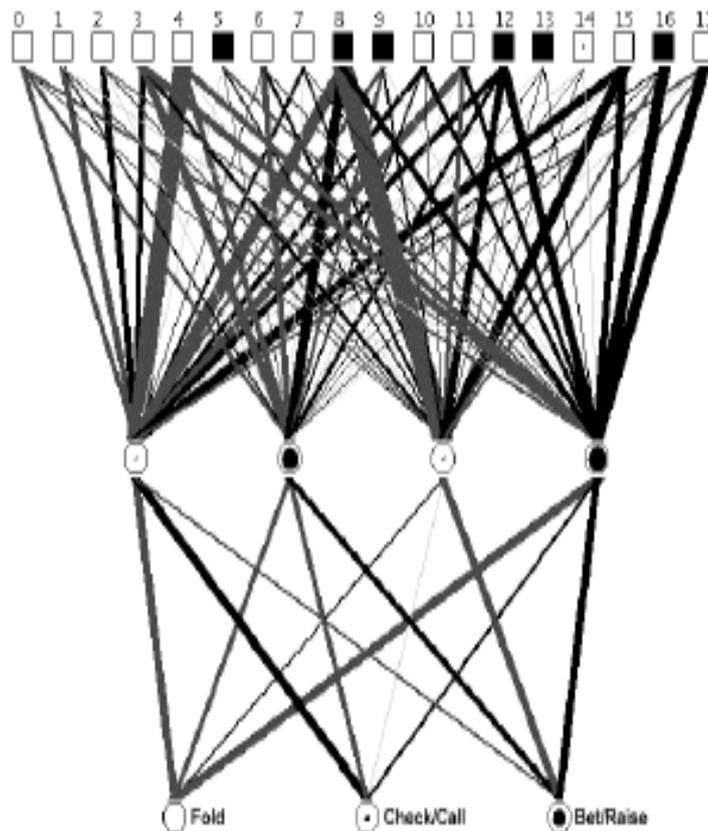


Abbildung 13: Beispiel eines neuronalen Netzwerkes zur Modellierung des Gegners

(Quelle: Davidson, 2002, S.42)

Im obigen Beispiel eines neuronalen Netzwerkes befindet sich die Pokerrunde auf dem Turn (Knoten 5) und es wird einer Erhöhung des Gegners eine hohe

Wahrscheinlichkeit beigemessen. Außerdem wird ein check oder call des Gegners nicht komplett ausgeschlossen. Ausschlaggebend hierfür sind zum einen besonders die vorherige Erhöhung (Knoten 8) und zum anderen die gute Position des Gegners am Tisch (Knoten 12), da er letzte die letzte Position hat.

3.3 Rationales Bluffing

In diesem Teilkapitel soll die Rolle des Bluffing als elementarer Teil einer Pokerstrategie verdeutlicht werden. Ferner sollen die bereits aus den vorherigen Teilkapiteln stammenden Ergebnisse nochmal aufgegriffen und erläutert werden, aus welcher Motivation heraus Bluffing entstehen kann. Abschließend soll auf mögliche Grenzen eingegangen werden.

Der Begriff des Bluffing beschreibt die Absicht eines Spielers in der Pokerrunde den Eindruck zu erwecken eine Hand zu halten, die er jedoch in Wirklichkeit nicht hält. Der Spieler versucht durch sein Setzverhalten über seine wahre Hand hinwegzutäuschen. Es kann sowohl versucht werden mit einer starken Hand eine schwache Hand zu symbolisieren (Sandbagging) wie auch umgekehrt. Desweiteren lässt sich ein Bluff weiter spezifizieren für den Fall einer schwachen Hand. Wenn man eine schwache Hand hält und eine starke Hand symbolisiert, ist die Rede von einem puren Bluff, wohingegen bei hinreichend PPot einer schwachen Hand der pure Bluff zum Semi-Bluff wird.⁴¹ Ein Beispiel wäre ein raise mit einer schwachen Hand nach dem Flop, obwohl nur höhere Karten im Flop liegen und einem Spieler eine Karte zur Straße oder Flush fehlt.

Im Modell von Ferguson et al. (2007) werden den Spielern Bereiche eingeräumt, in denen Bluffing als optimal angesehen wird. Diese Bereiche ermöglichen sowohl pure Bluffs von beiden Spielern als auch Sandbagging. Friedman (1971) leitete ebenfalls Bedingungen her, unter denen im 2-Personen-Poker eine gewisse Bluffing-Frequenz optimal erscheint. In diesem Modell erweist es sich für den anfangenden Spieler als optimal wenn ein Drittel seiner Erhöhungen Bluffs sind, wohingegen der andere Spieler die Hälfte der Erhöhungen mitgehen sollte. Jedoch ist dieser Richtwert variabel und sollte sich im Idealfall nach dem Gegner richten. Wenn ein Spieler

⁴¹ Vgl. Sklansky (2002), S. 55ff.

bemerkt, dass sein Gegner sehr oft blufft, so erweist es sich als sinnvoll mehr als die Hälfte der Bluffs zu callen. Eine Abweichung des Gegners von dem optimalen Verhalten wird als Schwäche angesehen, welche es dann gilt auszunutzen, indem man seinen eigenen Spielstil variiert.⁴²

In den Ansätzen von Billings et al. (2002) wird Bluffing als elementarer Bestandteil einer Poker-Strategie gesehen, gerade aus dem Aspekt einer Unvorhersehbarkeit des eigenen Spieles. Durch Bluffing wird es dem Gegner erschwert sich ein Bild über die Strategie des Spielers zu machen und schafft somit Zweifel und Unsicherheit auf der Seite des Gegners. Es wird dann besonders dadurch begünstigt wenn man als Spieler gute Situationen erkennt, in der ein Gegner eine schwache Hand hält oder ein fold sehr wahrscheinlich ist. Zudem ist Bluffing auch gut geeignet um beim Gegner einen falschen Eindruck zu erwecken und ihn zu Fehlern zu verleiten, wenn sein Verhalten auf falschen Eindrücken beruht.⁴³ Ein Beispiel hierfür wäre eine eigene anfangs hohe Bluffing Frequenz mit späterer Reduktion. Dies würde den Gegner sukzessive dazu verleiten relativ häufig mitzugehen und von seiner optimalen Strategie abzuweichen. Diese Fehler, welche auf bewusst falsch erweckten Eindrücken beruhen, generieren später Gewinne für den Spieler.

Wie eingangs erwähnt wurde ist Bluffing trotz aller Vorteile ebenso mit Problemen verbunden, gerade wenn die Fähigkeiten unter den Spielern in einer Pokerrunde stark divergieren. Wenn ein Gegner mit derselben Strategie spielt wie der Spieler, so wird der Gegner eher die Aktionen eines Spielers verstehen je gleicher das Niveau ist auf dem sie spielen. Die meisten Bluffs zeichnen sich dadurch aus die Pot-Odds derart zu verändern, sodass die Gegner es vorziehen auszusteigen statt mitzugehen, weil es nicht mehr attraktiv genug ist und im Mittel nur Verluste für sie bringt. Die Voraussetzung hierfür ist, dass die Gegner am Tisch aus demselben Entscheidungskalkül heraus handeln und ggf. ihre Pot-Odds kalkulieren. Wenn die Gegner aufgrund ihrer geringen Erfahrung oder kognitiven Fähigkeiten die Aktionen eines Spielers anders verstehen als der Spieler selber, dann gerät die Effizienz des Bluffing ins Stocken. Je unerfahrener der Spieler ist, desto höher ist seine Tendenz mitzugehen und geringer seine Aufmerksamkeit für das Umfeld. Der Spieler

⁴² Vgl. Swanson (2005), S. 10f. und Friedman (1971), S. 764-768.

⁴³ Vgl. Billings et al. (2002), S. 208 und Rohwer & Salim (2005), S. 3f.

erkennt die Bedeutung einer Erhöhung nicht und setzt sie nicht in Relation zum Pot. Deshalb erweist sich Bluffing mit Anfängern als relativ schwierig.⁴⁴

4 Fähigkeiten und Lernverhalten im Poker

Die Umsetzung einer Strategie durch einen Poker-Spieler hängt grundlegend von seinen Fähigkeiten ab. An die Fähigkeiten werden hierbei verschiedene Ansprüche gestellt, was aber alle gemein haben, ist die Ausübung dieser Fähigkeiten unter zeitlichem Druck. Außerdem sind die Fähigkeiten eines Poker-Spielers ebenfalls dynamischen Prozessen unterworfen, wodurch sich die Fähigkeiten verändern. Diese Prozesse sind hauptsächlich die Sammlung von Erfahrung durch Teilnahme an Pokerrunden und das daraus resultierende Lernverhalten.

In diesem Kapitel sollen zunächst die relevanten Fähigkeiten im Poker vorgestellt und deren Beziehung zu Spielstilen erläutert werden. Anschließend wird anhand verschiedener Konzepte die Bedeutung der Fähigkeiten im Poker und der Grad der Einflussnahme auf den Spielausgang untersucht. Ferner soll ebenfalls auf das Lernverhalten und damit die Veränderung der Fähigkeiten der Spieler fokussiert werden.

4.1 Fähigkeiten im Poker – Formen und Spielstile

Wenn man die in Kapitel 3.2 erläuterten Ansätze zu Poker-Strategien betrachtet, lassen sich sowohl Ansprüche, die an einen Pokerspieler gestellt werden, als auch die damit verknüpften kognitiven Fähigkeiten ableiten, die ein Pokerspieler zur effizienten Umsetzung seiner Strategie benötigt.

In diesem Zusammenhang stechen besonders die mathematischen Fähigkeiten heraus, die ein Pokerspieler besitzen sollte. Der Spieler sollte während einer Pokerrunde in der Lage sein profitable Situationen zu erkennen und auszunutzen sowie bei unprofitablen Situationen auszusteigen. Zum einen bedeutet dies, dass der Spieler seine HS oder EHS sowie PPot und NPot relativ gut einschätzen sollte und zum anderen, dass er seine Pot-Odds kennt und

⁴⁴ Vgl. Lube (2006), S. 103ff.

jederzeit berechnen kann. Ohne ein Mindestmaß an mathematischen Fähigkeiten erweist sich die Kalkulation einer Gewinnwahrscheinlichkeit als schwierig. Ferner kann Poker als Investment eigener Chips auf Basis eigener Berechnungen betrachtet werden, welche die Vorteilhaftigkeit einer Aktion in einer Runde stetig prüfen. Der Spieler bewertet in dem Fall die Situationen anhand der ihm verfügbaren Information und bezieht mögliche Reaktionen des Gegners (Opponent Modelling) in die Bewertung mit ein. Dies impliziert zusätzlich, dass ein Pokerspieler die Konsequenzen seines Handelns immer beachten und nicht zu statisch denken sollte.⁴⁵

Eine andere wesentliche Fähigkeit, die im Poker eine tragende Rolle spielt, ist die Anpassung der eigenen Strategie und die Verwertung verfügbarer Informationen über die Gegner. Eine bestimmte Hand gewinnt an relativer Stärke am Tisch, je schwächer die Hand des Gegners ist. Wenn eine schwache Hand des Gegners erfahrungsgemäß mit bestimmten Signalen verbunden ist, so liegt es an dem Spieler die Signale zu erkennen und auszunutzen. Der Spieler verändert demnach seine Strategie nach dem Gegner und spielt bspw. Hände, bei denen er sonst ausgestiegen wäre, diese jedoch aufgrund der Signale der Gegner an relativer Stärke gewinnen. Diese Signale werden über die Körpersprache der Gegner entsandt und stellen Informationen über den Gegner dar. Wenn über den Gegner mit der Zeit dieselben Verhaltensmuster beobachtet werden, gewinnen diese Signale an Validität. Zudem zeichnen die Spieler, die sich die sog. "tells" der Gegner zu Nutze machen, in erster Linie durch eine hohe Beobachtungsgabe oder emotionale Intelligenz aus. Ferner bedarf es an einer hohen Aufmerksamkeitsspanne für das Umfeld eines Spielers.⁴⁶

Die Fähigkeit eines Spielers seine Strategie zu verändern erweist sich ebenso in einer Hinsicht als Vorteil, nämlich in Bluffing-Situationen. In solchen Szenarien ist es das Ziel eines Spielers den oder die Gegner durch sein Verhalten über seine wahre Hand hinwegzutäuschen. Es ist offensichtlich, dass sich steigende schauspielerische Fähigkeiten des einzelnen Spielers positiv auf den Ausgang solcher Situationen auswirken. Je besser man seine eigene Hand durch Körpersprache verdecken kann, desto weniger Informationen erlangt der

⁴⁵ Vgl. Parke et al. (2005), S. 4f und Alon (2007), S. 5-7.

⁴⁶ Vgl. Burns (2004), S. 1 und Parke et al. (2005), S. 4f.

Gegner über den Spieler und desto mehr steigt die Unsicherheit beim Gegner. Außerdem begünstigen diese Fähigkeiten, dass die wahre Strategie eines Spielers unentdeckt und der Spieler für seine Gegner unberechenbar bleibt.⁴⁷

Schließlich ist eine weitere Gabe förderlich für eine solide Umsetzung einer Strategie über die Zeit, diese betrifft den Aspekt der Selbstkontrolle durch einen Spieler. Der einzelne Spieler sollte seine eigenen Grenzen kennen und Niederlagen anerkennen und nicht persönlich nehmen. Wenn er dies nämlich macht, entsteht eine emotionale Bindung zum Spiel und dadurch reduziert sich die Rationalität eines Spielers. Ein Spieler sollte die Fähigkeit besitzen eine emotionale Bindung zum Spiel zu unterbinden, wozu ihm einige Möglichkeiten offen stehen. Einerseits sind in solchen Phasen, in der die Gefahr einer emotionalen Bindung hoch ist, eine Art künstlerische Pause sehr sinnvoll. In diesen Pausen reflektiert der Spieler sein eigenes Spiel auf Basis objektiver Tatsachen im Spiel. Besonders nach längeren Durststrecken zeugt das freiwillige Pausieren von einer besonderen Gabe, weil man die Gefahr erkennt und irrationales Spiel damit unterbindet. Der Übertragungseffekt der emotionalen Lage auf das Spiel, kann sowohl positiver (Euphorie) als auch negativer Natur (Frustration) sein, beides endet jedoch in einer irrationalen Spielweise. In Experimenten zur Prognose der eigenen Endplatzierung in Turnieren wurde deutlich, dass Pokerspieler zur Selbstüberschätzung neigen. In einer Umfrage vor dem Experiment glaubten 74,1% der Teilnehmer, dass ihre Endplatzierung über dem Median liegt. Dies kann zum einen daran liegen, dass sie ihre Gegner im Turnier mangels Informationen unterschätzen oder auch an der Gewohnheit, eigene Erfolge auf Können und Misserfolge auf Pech zurückzuführen. Dieser Selbstüberschätzung der Spieler liegt zudem der Irrglaube zu Grunde, eine hohe Kontrolle über das Spiel zu haben und dass die Glückskomponente einen geringen Einfluss hat (Illusion of Control). Die Besinnung auf die objektive Wahrscheinlichkeitstheorie sowie die Vermeidung des Glaubens an bestimmte Serien stellen die Schlüssel einer effizienten Selbstkontrolle dar.⁴⁸

Während der Grad der Fähigkeit beschreibt wie gut eine Strategie umgesetzt wird, bezeichnet der Spielstil die Art und Weise der Strategieumsetzung durch

⁴⁷ Vgl. Alon (2007), S. 9f und Parke et al. (2005), S. 5f.

⁴⁸ Vgl. Parke et al. (2005), S. 2ff und Park & Pinto (2007), S. 15f.

einen Spieler. Die Umsetzung der Strategie auf Basis des Spielstils ist unabhängig von dem Rationalitätsprinzip und lässt sich am besten verdeutlichen, wenn das Rationalitätsprinzip außer Kraft tritt. Dies ist nämlich genau dann der Fall wenn ein Spieler indifferent zwischen zwei Aktionen ist, wenn z.B. die Pot-Odds genau der subjektiven Gewinnwahrscheinlichkeit entsprechen. Das Verhalten in solch einer Situation beruht auf dem individuellen Stil eines Spielers.⁴⁹

Anhand des Spielstiles ist eine Kategorisierung eines Pokerspielers möglich, denn diese erfolgt auf Basis der individuellen Ausprägung von zwei Dimensionen. Die erste Dimension befasst sich mit der individuellen Bewertung einer bestimmten Hand, welche sowohl pessimistisch (“tight“) als auch optimistisch (“loose“) sein kann. Im ersten Fall spielt der Spieler tendenziell weniger Hände und entscheidet sich eher für ein fold wenn er indifferent zwischen einem call und fold ist. Bewertet ein Spieler seine Hände eher optimistisch, folgt daraus eine höhere Frequenz gespielter Hände des Spielers. In Situationen, in welchen er indifferent zwischen einem call und fold ist, wird er tendenziell den geforderten Betrag aufbringen um im Spiel zu bleiben. Ferner wird er seine Gewinnwahrscheinlichkeit systematisch überbewerten.⁵⁰

Die zweite Dimension zur Klassifizierung von Pokerspielern befasst sich mit dem Setzverhalten der Spieler, insb. in Situationen, in denen vorher von einem anderen Spieler bereits gesetzt wurde. Die Reaktion hierauf bzw. das eigene Setzverhalten kann nun wieder entweder optimistisch (“aggressive“) oder relativ pessimistisch (“passive“) sein. In Bezug auf das Setzverhalten bedeutet dies im ersten Fall, dass der Spieler ein vorheriges bet eines anderen Spielers erhöhen würde, um den Pot bzw. die potentiellen Gewinne zu erhöhen. Agiert der Spieler jedoch eher pessimistisch, würde er eine vorherige Erhöhung eines Spielers nur callen. In diesem Fall liegt die Vermutung nahe, dass der Spieler hohe Pots unattraktiv findet und meidet.⁵¹ Ausgehend von den obigen Dimensionen lässt sich folgende Grafik ableiten:

⁴⁹ Vgl. Burns (2004), S. 2f.

⁵⁰ Vgl. Barone & White (1998), S. 110 und Burns (2004), S. 3.

⁵¹ Vgl. Barone & White (1998), S. 110f und Burns (2004), S. 3f.

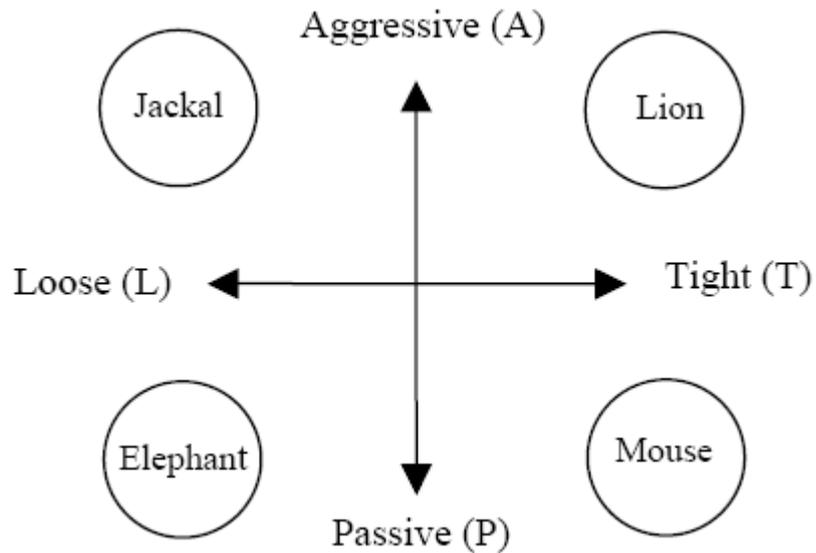


Abbildung 14: Die vier Spielstile im Poker

(Quelle: Burns, 2004, S. 3)

Burns (2004) simulierte ebenso einen paarweisen Vergleich der Spielstile untereinander, wodurch sich der dominanteste Stil abzeichnen sollte. Als Basis für die Vergleiche wurde eine vereinfachte Version des Pokers gewählt, welche aus einem Deck mit 11 Karten besteht und jeder Spieler eine Karte erhält. Der Pflichtbetrag betrage 1, ein bet 2 und ein raise 4. Die Ergebnisse der Simulation lassen sich nachfolgend durch eine Grafik abbilden:

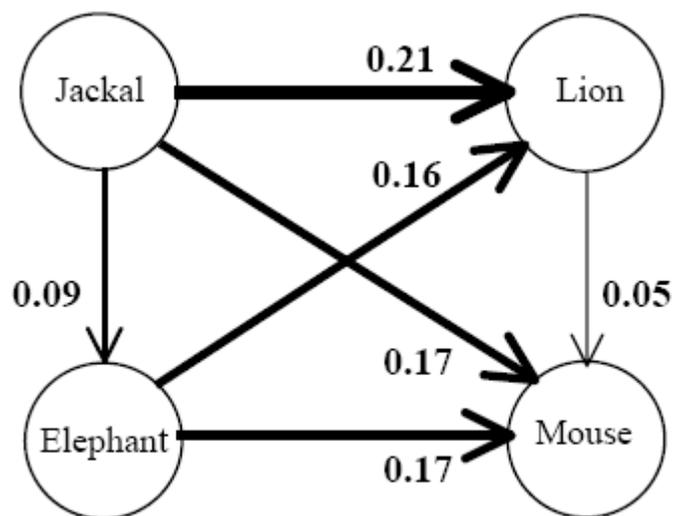


Abbildung 15: Die vier Spielstile im Vergleich

(Quelle: Burns, 2004, S. 7)

Die Zahlen neben den Pfeilen zeigen auf wie viel Chips pro Spiel an den Gegner gehen, wobei die Richtung des Pfeiles angibt wer die Chips erhält. Hieraus wird deutlich, dass der Tight-Passive Stil ("Mouse") alle anderen dominiert, besonders die Spieler die ihre Karten immer relativ optimistisch bewerten. Der zweitstärkste Stil ist der Tight-Aggressive Stil ("Lion"), woraus sich schließen lässt, dass eine etwas pessimistischere Bewertung der Karten der optimistischeren Bewertung überlegen ist. Dieses Resultat geht mit der Beobachtung einher, dass Anfänger tendenziell zu viele Hände spielen und dadurch auf Dauer sehr unprofitabel agieren.⁵²

4.2 Messung der Rolle der Fähigkeiten – Ansätze und rechtliche Relevanz

In fast allen europäischen Ländern sowie im nordamerikanischen Raum ist die Ausrichtung von Poker-Veranstaltungen mit rechtlichen Regulationen verbunden, welche eine besondere Lizenz beim Ausrichter einfordern. Der Hauptgrund hierfür ist, dass in diesen Ländern Poker tendenziell als Glückspiel gesehen wird, was definitorisch eine Beeinflussbarkeit des Spielausganges durch einen einzelnen Spieler ausschließt. Dies bedeutet für das Spiel, dass eine optimale Strategie einer Zufallsstrategie nicht zwingend überlegen ist und daher an Bedeutung verliert. Je niedriger die Bedeutung einer optimalen Strategie ist, desto weniger kann ein Spieler seinen Profit beeinflussen und desto höher sind die rechtlichen Hürden für einen potentiellen Ausrichter einer Poker-Veranstaltung. Da Poker sich in einer Art Grauzone hinsichtlich der Beeinflussbarkeit des Spielausgangs befindet, gilt es zu prüfen, ob überhaupt ein Einfluss der Strategien vorliegt und er ggf. signifikant ist. Die klassischen Extremfälle für den Grad der Beeinflussbarkeit eines Spieles sind zum einen Roulette (reines Glückspiel) und zum anderen Schach (reines Strategiespiel), Sie bilden Ober- und Untergrenze im Intervall für den Fall des Pokers.⁵³

In Hinblick auf die Kategorisierung des Pokers werden nachfolgend zwei Ansätze vorgestellt, welche die Rolle der Fähigkeiten im Poker näher betrachten. Der erste Ansatz versucht die Frage auf spieltheoretischer Ebene zu beantworten, wohingegen der zweite Ansatz probabilistischer Natur ist und schließlich empirisch geprüft wird. Gemein haben beide Ansätze, dass beide in

⁵² Vgl. Burns (2004), S. 7 und Dedonno & Detterman (2008), S. 35f.

⁵³ Vgl. Fiedler & Rock (2009), S. 50f und Dedonno & Detterman (2008), S. 31.

relativen Messungen enden, was bedeutet, dass der Grad der Beeinflussbarkeit des Spieles nicht nur vom einzelnen Spieler, sondern auch maßgeblich von der Qualität seiner Gegner abhängt.

4.2.1 Spieltheoretischer Ansatz von Borm et al.⁵⁴

Wie einleitend bereits erwähnt wurde, soll im Folgenden eine Art der Messung vorgestellt werden, welche die Beeinflussbarkeit des Spieles durch einen einzelnen Spieler auf spieltheoretischer Ebene prüft. Dies bedeutet, dass anhand des in Kapitel 3.1.2 vorgestellten Basismodells die Bedeutung einer optimalen Strategie hinsichtlich der Beeinflussbarkeit des Spieles geprüft wird. Diese Methode lässt sich ebenso auf die Erweiterungen des Basismodells anwenden, diese sollen in diesem Kontext jedoch nicht betrachtet werden.

Die Motivation die Rolle und Bedeutung der Fähigkeiten im Poker zu prüfen, obliegt abgesehen vom juristischen Kontext der Tatsache, dass Poker ein Strategiespiel ist, welches jedoch Zufallselemente in sich trägt. Diese Zufallselemente sind zum einen extern (Austeilung der Starthände und Community Cards) als auch intern (gemischte Strategie der Gegner) und determinieren je nach Ausprägung den Erfolg eines Spielers. Wie dominant diese Zufallselemente im Vergleich zu den strategischen Komponenten jedoch sind, entscheidet dann darüber ob ein Spiel eher ein Glücks- oder Strategiespiel ist.⁵⁵

Die Methode zur Kategorisierung eines Spieles vollzieht sich auf spieltheoretische Ebene, indem die erwarteten Gewinne dreier bestimmter Spielertypen im 2-Personen-Poker miteinander verglichen werden. Der erwartete Gewinn eines Spielers hängt nicht nur von seiner eigenen Strategie, sondern auch von der des Gegners ab, weshalb die Methode in einem relativen Maß endet. Dieses Maß für die relative Bedeutung der Fähigkeiten unterscheidet zwischen einem Lerneffekt (LE) und einem Zufallseffekt (RE) und determiniert aus dem Anteil des Lerneffektes an den Gesamteffekten die Bedeutung der Fähigkeiten im Spiel (RS). Dieser Ansatz sieht formal wie folgt aus:

⁵⁴ Vgl. Borm et al. (2008)

⁵⁵ Vgl. Dreef et al. (2001), S. 1f und Dreef et al. (2003b), S. 3f.

$$RS = \frac{LE}{LE + RE} \quad (26).$$

Der Ausdruck RS beschreibt demnach den Grad des Einflusses der Fähigkeiten im Spiel und beträgt 0 bei einem reinen Glücksspiel und 1 bei einem reinen Strategiespiel. Ist der LE hoch, so kommt den Fähigkeiten eines Spielers eine tragende Rolle zu und der Gesamtausdruck RS steigt. Ist der LE jedoch relativ gering, impliziert dies eine hohe Bedeutung des Glücks und ein geringes Entwicklungspotential hinsichtlich der Strategie eines Spielers. Um auf die beiden Effekte LE und RE näher einzugehen, ist eine genauere Betrachtung der drei Spielertypen nötig, da diese mit ihrem Verhalten und erwartetem Gewinn diese Effekte determinieren.⁵⁶

Die relative Bedeutung der Fähigkeiten wird durch den Vergleich erwarteter Gewinne dreier Spielertypen im 2-Personen-Poker determiniert, wobei jeder der drei Typen den gleichen Gegner und beide Positionen im Spiel einnimmt, d.h. jeweils einmal die frühe (Player 1) und späte Position (Player 2) belegt. Der erste Spielertyp ist der Anfänger (**Beginner**), welcher dadurch charakterisiert wird, dass er gerade die Regeln des Spiels beherrscht und eine naive Strategie spielt. Seine Strategie wird nur durch seine HS bestimmt und seine Aufmerksamkeit für die Gegner tendiert gegen Null. Der Anfänger wählt seine Aktion anhand einer bestimmten Schranke, welche durch seine HS entweder unter- oder überschritten wird. Im ersten Fall folgt je nach Position ein check oder ein fold, im zweiten Fall ein bet oder ein call. Hieraus wird ersichtlich, dass der Anfänger nie blufft und seine Aktionen viel Informationen über seine Private Cards liefern.

Der zweite Spielertyp ist der optimale Spieler (**Optimal**), welcher sich gemäß den in Kapitel 3.1.2 vorgestellten Strategien verhält. Er ist strategisch variabler als der Anfänger, was sich z.B. darin äußert, dass er in früher Position auch blufft, in später Position jedoch auch abhängig von einer Schranke seine Aktionen trifft. Mit zunehmender Komplexität des Modelles steigt jedoch auch sein Repertoire an strategischen Mitteln.

Der letzte Spielertyp ist der sog. fiktive Spieler (**Fictive**), welcher den besonderen Vorteil genießt, dass er der typischen Informationsasymmetrie des

⁵⁶ Vgl. Dreef et al. (2003a), S. 97f und Dreef et al. (2003b), S. 3f.

Pokers nicht ausgesetzt ist. Er kennt sowohl die Realisationen der externen Zufallselemente (Karten der Gegner und Community Cards) als auch die internen Zufallselemente (gemischte Strategie der Gegner). Diese Tatsachen führen dazu, dass der Spieler immer blufft wenn er weiß, dass der Gegner passt und setzt wenn er weiß, dass der Gegner callt und die schwächere Hand hält. Zudem kann er per Definition nie Opfer eines Bluffs werden, da er callt wenn er die bessere Hand hält. Der Spieler weiß seine Verluste perfekt zu minimieren und seine Gewinne zu maximieren.⁵⁷

Aus den Definitionen folgt eine ordinale Rangfolge der erwarteten Gewinne, welche genutzt werden, um zu prüfen ob es einen signifikanten Einfluss einer Strategie gibt. Die höchsten erwarteten Gewinne erzielt aufgrund seines Informationsvorsprunges der fiktive Spieler, gefolgt von dem optimalen Spieler und schließlich dem Anfänger. Als Gegner im 2-Personen-Poker wird zur Ermittlung der erwarteten Gewinne immer der optimale Spieler gewählt, da er eine realistische Messlatte für die Fähigkeiten darstellt.⁵⁸

Der Lerneffekt wird in diesem Zusammenhang als Differenz der erwarteten Gewinne des optimalen Spielers und des Anfängers gesehen. Die Intuition liegt darin, dass der Anfänger mit der Zeit sein Wissen und seine Strategien im Poker erweitert und ausnutzt. Der Spieler unterwirft sich mit der Zeit einem Lernprozess und seine erwarteten Gewinne konvergieren gegen die des optimalen Spielers. Auf diese Weise sollen die Lerneffekte (LE) herausgefiltert und quantifiziert werden.

Die Zufallseffekte (RE) ergeben sich als Differenz zwischen den erwarteten Gewinnen des fiktiven Spielers und des optimalen Spielers. Es drückt zum einen aus, wie entscheidend der Informationsvorsprung und die Zufallselemente im Spiel sind und zum anderen, wie wertvoll diese zusätzliche Information ist, indem sie quantifiziert wird. Eine Konvergenz des erwarteten Gewinnes des optimalen Spielers zu dem des fiktiven Spielers lässt sich ausschließen, da diese nur auftreten würde, wenn er von seiner optimalen Strategie abweicht und etwas aus "Zufall" richtig macht. Die beiden Effekte lassen sich demnach wie folgt darstellen:⁵⁹

⁵⁷ Vgl. Dreef et al. (2003b), S. 4ff.

⁵⁸ Borm et al. definieren den Anfänger als natürliche Messlatte für die Vergleiche.

⁵⁹ Vgl. Dreef et al. (2003a), S. 98

$$LE = \frac{1}{2} \left(U_1(\bar{p}, \bar{q}) + U_2(\bar{p}, \bar{q}) - U_1(p_0, \bar{q}) - U_2(\bar{p}, q_0) \right) \quad (27)$$

$$RE = \frac{1}{2} \left(U_1(p_f, \bar{q}) + U_2(\bar{p}, q_f) - U_1(\bar{p}, \bar{q}) - U_2(\bar{p}, \bar{q}) \right) \quad (28)$$

wobei $U_i(s_1, s_2)$ den erwarteten Gewinn für Spieler i darstellt, wenn Spieler 1 Strategie s_1 und Spieler 2 Strategie s_2 spielt. Die Indices f bzw. 0 bedeuten, dass die Strategien von einem fiktiven Spieler bzw. einem Anfänger ausgeführt werden und ein Balken symbolisiert hingegen eine optimale Strategie. Ein p kennzeichnet eine Strategie aus früher Position (Setz-Wahrscheinlichkeit) und ein q wiederum eine Strategie aus später Position. Hieraus ergibt sich für die Rolle der Fähigkeiten letztendlich:

$$RS = \frac{LE}{LE + RE} = \frac{-U_1(p_0, \bar{q}) - U_2(\bar{p}, q_0)}{U_1(p_f, \bar{q}) + U_2(\bar{p}, q_f) - U_1(p_0, \bar{q}) - U_2(\bar{p}, q_0)} \quad (29).$$

Der Zähler ist positiv, weil ein Anfänger aus einem Duell mit einem optimalen Spieler im Mittel verlieren wird unabhängig von der Position des Spielers. Daraus folgt, dass sowohl LE als auch $RS > 0$. Die Rolle der Fähigkeiten im Poker wird durch die Relation einer realistischen Verbesserung des erwarteten Gewinns zu der theoretisch möglichen Verbesserung des erwarteten Gewinns determiniert.

In der Messung des Basismodells von Von Neumann/Morgenstern Pokers hinsichtlich der Rolle der Fähigkeiten erreicht Poker einen Wert von 0,0704.⁶⁰ Die Zufallselemente haben einen hohen Einfluss und die Ausführung einer Strategie wird hier nur wenig Spielraum geboten. Ein Anstieg der Komplexität des Spieles würde ebenfalls RS erhöhen, da dem optimalen Spieler mehr Möglichkeiten geboten werden eine Strategie zu entwickeln und zu entfalten (Vgl. Kapitel 3.1.3).⁶¹

In den Niederlanden wurde eine Grenze festgelegt, welche durch einen gewissen Schwellenwert definiert, ob ein Spiel ein Glücks- oder Strategiespiel ist. Dieser Schwellenwert liegt bei 0,2 und würde implizieren, dass die stark

⁶⁰ Hier wurde $a=b=1$ gewählt und 0,7937 als Schranke der Anfänger-Strategie.

⁶¹ Vgl. Dreef (2003a), S. 101f.

vereinfachte Version des Pokers im Von Neumann/Morgenstern Modell tendenziell ein Glücksspiel ist. Eine andere Studie von Borm et al. (2008) prüft aus ähnlichen Motiven eine andere leicht vereinfachte Version des 5-Card-Draw Pokers, auch 2-Personen *Straight Poker* genannt. Im Gegensatz zum vorherigen Ansatz lassen sie die drei Spielertypen gegen einen Anfänger antreten, welcher sich einer natürlichen Messlatte besser fügt als ein ausgereifter optimaler Spieler. Die wichtigsten Ergebnisse sind zum einen, dass Poker die 0,2 Grenze überschreitet und RS im Setzbetrag B steigt. Außerdem wird deutlich, dass RS gegenüber der Anzahl möglicher Erhöhungen pro Runde invariant ist und dies keinen signifikanten Einfluss hat.

Beg. strat.	bet size	allowed raises	rel. skill	beg. strat.	bet size	allowed raises	rel. skill
1	2	1	0.35	2	2	1	0.34
1	2	2	0.35	2	2	2	0.35
1	2	3	0.36	2	2	3	0.35
1	4	1	0.40	2	4	1	0.40
1	4	2	0.39	2	4	2	0.40
1	4	3	0.40	2	4	3	0.41
1	8	1	0.45	2	8	1	0.46
1	8	2	0.43	2	8	2	0.45
1	8	3	0.44	2	8	3	0.46

Tabelle 3: Simulationsergebnisse für 2-Personen Straight Poker

(Quelle: Borm et al., 2008, S. 17)

Die intuitive Erklärung für diesen Sachverhalt ist, dass sich der erwartete Gewinn des fiktiven Spielers um die Veränderung des Setzbetrages B (ΔB) verändert, wohingegen der optimale Spieler seine Strategie derart verändert, dass sich nur erwartete Gewinne um den Faktor ΔB ändern wenn er Hände mit einem positiven Erwartungswert hält. Schlechte Hände sind beim optimalen Spieler invariant gegenüber ΔB und verändern nicht seine Strategie.

Zudem stechen noch weitere Determinanten von RS heraus, besonders die Einführung eines sog. *Rakes* und die Anzahl der Spieler am Tisch.

Die Einführung eines Rakes, d.h. der Gewinner des Pots tritt einen prozentualen Teil des Pots immer an den Ausrichter ab, trifft den fiktiven Spieler am Härtesten, da er den höchsten erwarteten Gewinn hat. Dadurch sinkt die Differenz zum optimalen Spieler und damit auch RE, was RS steigen lässt.

Wenn die Anzahl der Spieler am Tisch sich erhöht, gewinnt das Spiel an Komplexität, genauso als wenn man die Anzahl der Setzrunden erhöht. Dadurch wird mehr Potential für den optimalen Spieler geschaffen, um durch Informationsgewinnung die Informationsasymmetrie zu überbrücken und die Differenz zum fiktiven Spieler schmelzen zu lassen. Dadurch sinkt wieder RE, wodurch RS ansteigt. Diese Erkenntnisse lassen sich ebenfalls in einer Grafik abbilden:

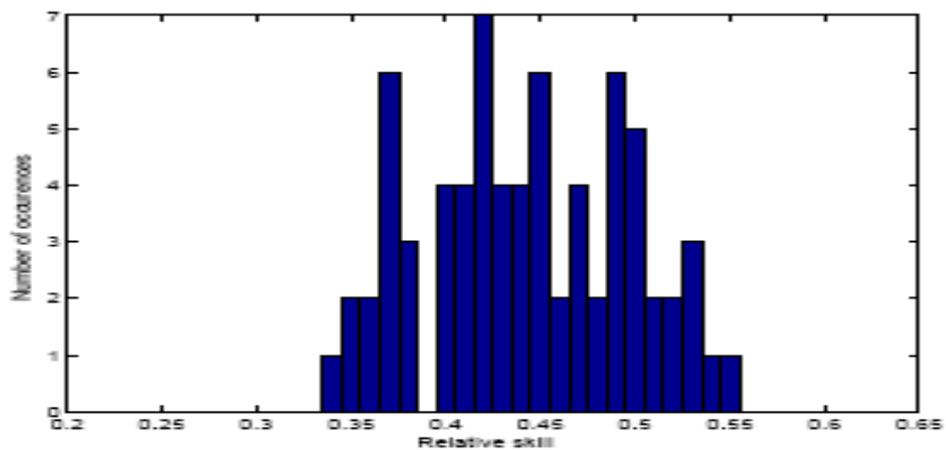


Abbildung 16: Messung von RS bei 3 Spielern

(Quelle: Borm et al., 2008, S.21)

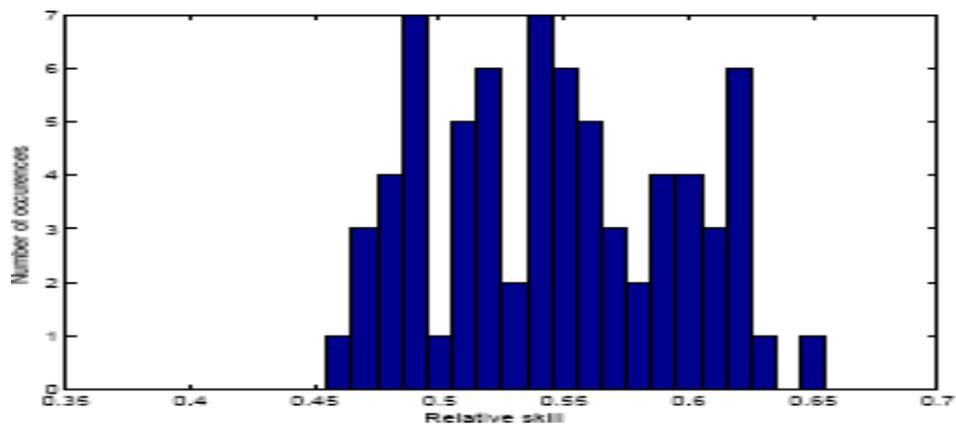


Abbildung 17: Messung von RS bei 4 Spielern

(Quelle: Borm et al., 2008, S. 21).

4.2.2 Probabilistischer Ansatz von Fiedler und Rock⁶²

Das Gesetz der großen Zahlen beschreibt einen Zusammenhang zwischen einer relativen Häufigkeit in einer Stichprobe und der zugrunde liegenden theoretischen Wahrscheinlichkeit. Die relative Häufigkeit nähert sich demnach bei einem hinreichend großen Umfang einer Stichprobe der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit an. In einem 2-Personen-Poker mit einem Umfang von n -Runden wurde obiger These bereits nachgegangen und getestet, wie stark die erwarteten Gewinne zweier unterschiedlicher Spieler (**Optimal** vs. **Beginner**) im Duell divergieren. Da bereits bekannt ist, dass die optimale Strategie der naiven Strategie des Anfängers superior ist, wurde angenommen, dass Gewinne des Anfängers schlicht auf die Glückskomponente des Pokers zurückzuführen sind. Hierbei wurde festgestellt, dass mit zunehmender Dauer des Spieles (mit steigendem n) die Wahrscheinlichkeit, dass der Anfänger im Mittel mehr Gewinne erzielt als der optimale Spieler, rapide abnimmt. In diesem Ansatz wurde die Glückskomponente als eine Art Fehlerterm gesehen, welcher bei einem hinreichend großen Sample gegen seinen Erwartungswert von 0 strebt. Je mehr Hände gespielt werden, umso deutlicher werden dann die Unterschiede in den Fähigkeiten der Spieler. Je größer diese Unterschiede in den Fähigkeiten der Spieler sind, desto schneller verliert die Glückskomponente an Bedeutung.⁶³

Auf diesen Erkenntnissen beruhend, entstand ein anderes relatives Maß, welches in einer Kennziffer mündet, die angibt wie viel Hände man spielen muss, um die Glückskomponente im Spiel zu dominieren. Da es sich hier um ein relatives Maß handelt, wurde es jeweils für verschiedene Nutzer-Gruppen im Online-Poker berechnet und nimmt verschiedene Größen an.

Das Maß für die relative Dominanz der Fähigkeiten im Poker gibt an, wie viele Hände man spielen muss, um den Einfluss der Glückskomponente zu dominieren. Der Punkt bzw. die Anzahl der Hände die dazu führen heißt *Critical Repetition Frequency* (CRF), anhand dessen der Vergleich zu rechtlichen Regularien herangezogen wird. Strebt dieser Term gegen Null, so handelt es sich tendenziell um ein Glücksspiel und bedeutet, dass die Glückskomponente immer einen elementaren Einfluss auf den Spielausgang

⁶² Vgl. Fiedler & Rock (2009), S.50-57

⁶³ Vgl. Alon (2007), S. 13ff.

hat. Aus diesem Ansatz geht eine grundlegende Bewertungsgleichung hervor, welche Glück und Fähigkeiten verbindet:

$$\frac{Skill}{Skill + Chance} * 100\% > 50\% \quad (30).$$

In diesem Zusammenhang wird *Skill* als Erwartungswert pro Hand in einer Runde definiert und *Chance* als Varianz des Profits einer Hand. Wenn die Ungleichung (30) wahr ist, so ist Poker eher von den Fähigkeiten determiniert als vom Glück eines Spielers. Die Fähigkeiten eines Spielers *i* nach *n* gespielten Händen seien $Skill_i = E_{ni}(X)$ und das Glück als $Chance_i = \lambda\sigma_{ni}$ definiert, so ändert sich Ungleichung (30) zu:

$$\frac{E_{ni}(X)}{E_{ni}(X) + \lambda\sigma_{ni}} * 100\% > 50\% \quad (31).$$

Die Kennziffer CRF gibt nun an, ab welcher Zahl an gespielten Händen das Spiel hinsichtlich seiner Kategorisierung indeterminiert ist, d.h. wenn aus der Ungleichung (30) eine Gleichung und nach *n* aufgelöst wird. Nach einigem Umformen ergibt sich für die CRF des Spielers *i* schließlich:

$$n_i^* = \frac{(\lambda\sigma_{1i})^2}{(E_{1i}(X))^2} \quad (32).$$

Im Zuge einer empirischen Studie wurde die CRF für verschiedene Nutzergruppen im Online-Poker untersucht. Die Grundgesamtheit belief sich hierbei auf 51761 Spielerprofile der Online-Plattformen *Partypoker* und *Pokerstars*. Als Erfolgsmaß und Indiz für gehobene Fähigkeiten wurde der erwartete Profit pro Hand gewählt. Die Differenzierung der Nutzergruppen erfolgte anhand ihrer gezahlten Eintrittsgebühren (nur in Turnieren) und präferierten Blind-Level (nur in Cash-Games).

	<i>Microstakes</i>	<i>Lowstakes</i>	<i>Midstakes</i>	<i>Highstakes</i>	<i>“Nosebleeds”</i>
Blinds	\$.01/\$.02–\$.05/\$.10	\$.10/\$.25–\$.50/\$1	\$1/\$2–\$5/\$10	\$10/\$20–\$50/\$100	\$50/\$100
Regular buy-in	\$2–\$10	\$25–\$100	\$200–\$1,000	\$2,000–\$10,000	\$10,000
Number of players	49%	43%	6%	2.6%	.07%
Skill spread	huge	large	medium	low	very low

Tabelle 4: Überblick über die differenzierten Nutzergruppen

(Quelle: Fiedler & Rock, 2009, S. 54).

Anhand der obigen Tabelle wird deutlich, dass der Homogenitätsgrad der Spieler hinsichtlich der Fähigkeiten mit zunehmenden Eintrittsgebühren bzw. Blind-Levels zunimmt. Auf Basis der Erkenntnisse am Anfang des Teilkapitels ist demnach zu erwarten, dass mit zunehmender Homogenität unter den Spielern mehr Hände gespielt werden müssen, um den Einfluss der Glückskomponente zu minimieren. Wenn zwei Spieler sich auf einem relativ gleichem Niveau begegnen, verlieren die Fähigkeiten mangels Effizienz an Bedeutung und das Glück beeinflusst den Spielausgang mehr. Es muss dann länger gespielt werden (höheres n), damit die anfangs marginalen Unterschiede deutlich werden und die Glückskomponente an Einfluss verliert.

Mit steigenden Eintrittsgebühren sinkt demnach die relative Bedeutung der Fähigkeiten, da die Homogenität unter den Spielern zunimmt und weniger befähigte Spieler die Partizipation an einer Pokerrunde vermeiden. Dies bedeutet ebenso, dass das Erfolgsmaß sinken muss, da weniger schlechte Spieler am Tisch sind und der erwartete Gewinn pro Hand stärkeren Schwankungen unterworfen ist, da das Glück an Einfluss gewinnt. Diese Implikationen gewinnen durch die empirische Studie an Relevanz, da die Ergebnisse qualitativ in dieselbe Richtung gehen:

<i>Player group</i>	<i>n</i>	<i> winrate^A </i>	$\hat{\sigma}_{ji}$	<i>CRF_{95.5%}</i>	<i>CRF_{99.7%}</i>
All players	51,761	0.6354	8.6243	737	1,658
Players with more than 100 hands	22,548	0.2753	8.6243	3,925	8,832
Players with more than 1,000 hands	5,138	0.107	8.6243	25,986	58,468
Players with more than 10,000 hands	934	0.0686	8.6243	63,220	142,246
Players with more than 44,555 hands (top 100)	100	0.0577	8.6243	89,362	201,065

Tabelle 5: Empirische Ergebnisse der Online-Studie

(Quelle: Fiedler & Rock, 2009, S.55)

In der obigen Tabelle werden die Nutzergruppen anhand der Erfahrung differenziert und ihre spezifischen Kennzahlen aufgelistet. Hier ist zu beobachten, dass der erwartete Gewinn pro Hand abnimmt, je erfahrener die Nutzergruppe bzw. die Gegner sind. Dies lässt sich besonders auf die gestiegene Qualität der Gegner zurückführen. Zudem nimmt die CRF mit steigender Erfahrung der Nutzergruppen zu, was sich auf die zuvor genannten Implikationen zurückführen lässt. Die steigende Homogenität unter den Spielern sorgt dafür, dass Pokerrunden immer mehr durch Glück entschieden werden, weil sich die Fähigkeiten unter den Spielern zu stark ähneln, um in einer Runde entscheidend zu sein. Es bedarf unter sehr erfahrenen Spielern an bis zu 50mal mehr Wiederholungen oder Händen als bei Anfängern, damit das Spiel in diesem Bereich als Strategiespiel anerkannt wird.

4.3 Lernverhalten im Poker: Experimente und Resultate

In diesem Teilkapitel sollen verschiedene experimentelle Ansätze vorgestellt werden, in denen das Lernverhalten eines Spielers im Fokus steht. Dies betrifft primär die Entwicklung der Strategie eines Spielers, welche sich über die Zeit durch Sammlung von Erfahrung verändert.

In dem ersten Experiment⁶⁴ werden die Probanden in zwei Gruppen unterteilt und die Lerneffekte sollen anhand eines ‘‘Vorher-Nachher‘‘-Vergleichs der beiden Gruppen verdeutlicht werden. Dieses Experiment lässt sich ferner in

⁶⁴ Vgl. Dedonno & Detterman (2008), S. 31- 36.

zwei Studien (Studie 1 und Studie 2) unterteilen, wobei die zweite Studie die erste leicht spezifiziert. Das Experiment wurde in einem Computerlabor durchgeführt, wo die Teilnehmer die Pokerrunden an einer Software der Version Texas Hold`em simulierten.

Studie 1: In dieser Studie spielen alle Teilnehmer 8 Spiele Texas Holdem, wobei jedes Spiel aus 25 Händen besteht. Nach der Hälfte der Spiele wurde das Experiment kurz unterbrochen und die Teilnehmer wurden in zwei Gruppen unterteilt. Diesen Gruppen wurden in getrennten Räumen Informationen über Poker vermittelt und diese Informationen hatten verschiedene Inhalte. Die erste Gruppe (Treatment Group) hat relativ nützliche Informationen über das Spiel erhalten, dazu gehörten im Wesentlichen die Wertigkeitstabelle der Pokerhände, das Ranking der Starthände sowie Ratschläge den Gegner zu beobachten und relativ konservativ zu spielen. Die andere Gruppe (Control Group) wurde über historische Fakten des Pokers unterrichtet, wozu die Geschichte und Entwicklung des Spieles sowie die verschiedenen Varianten des Pokers gehörten. Nachdem die Sitzungen vorbei waren, setzten die Teilnehmer ihre restlichen Spiele am Computerlabor fort.

Um den Effekt der Instruktionen nach der Hälfte der Spiele zu bestimmen, wurde die durchschnittliche Profitabilität innerhalb der Gruppen bestimmt und als Vergleichsmaßstab herangezogen. Entscheidend ist die Differenz vor (T1) und nach (T2) nach den gruppenspezifischen Instruktionen. Die Ergebnisse der ersten Studie sind in der nachfolgenden Abbildung dargestellt:

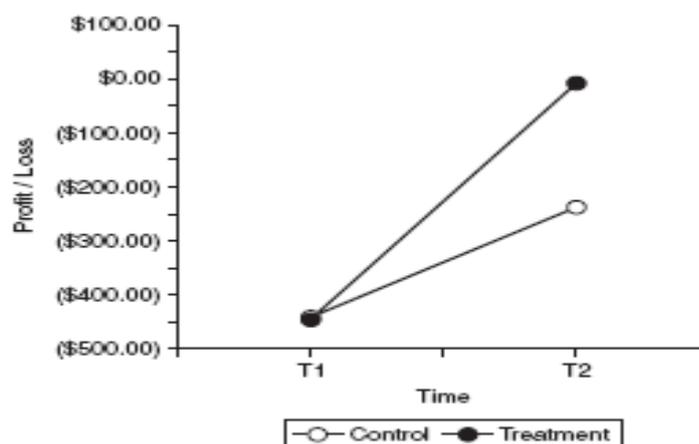


Abbildung 18: Ergebnisse der ersten experimentellen Studie

(Quelle: Dedonno & Detterman, 2008, S.33)

Als Resultat der ersten Studie lässt sich ableiten, dass die Instruktionen über die Strategie effizient waren und in ihrer Wirkung den historischen und nicht-anwendbaren Informationen überlegen waren. Bei den Teilnehmern der ersten Gruppe wurde ein Lerneffekt erzielt, wohingegen die zweite Gruppe zwar mit relativ unwichtigen Informationen überladen wurde, aber dennoch profitabler spielte nach den Sitzungen. Beide Gruppen spielten dennoch insgesamt unprofitabel, wobei die erste Gruppe hinterher im Mittel fast keine Verluste zu verbuchen hatte.

Studie 2: In der zweiten Studie wurde die Komplexität und Dauer des Experimentes erhöht. Es wurden 3 Sitzungen im Computerlabor vereinbart, welche jeweils aus 6 Spielen bestanden. Ein einzelnes Spiel wurde aus 40 Händen gebildet, sodass die Teilnehmer insgesamt 720 Hände spielten. Das Schema des Experimentes war gleich geblieben (Vergleich Treatment vs. Control Group), der Ablauf wurde nur komplexer. Die erste Sitzung wurde in drei Abschnitte gegliedert, in denen die Spieler nützlichen oder weniger nützliche Informationen vermittelt wurden. Nach 2 Spielen wurde jeweils immer ein Treffen der beiden Gruppen einberufen, sodass eine Sitzung im Computerlabor mit zwei gruppenspezifischen Treffen verbunden war.⁶⁵ Während der ersten Sitzung wurde den Teilnehmer in der Treatment-Group spezifisches Wissen über das Hände-Ranking (T2) und eine Basisstrategie sowie die Bedeutung der Position (T3) vermittelt. In der zweiten Sitzung wurden den Teilnehmern zwischen den Spielen das Konzept der Pot-Odds (T5) und eine elementare Pre-Flop Strategie nahe gebracht (T6). Die Instruktionen während der letzten Sitzung beinhalteten eine Einführung in eine Post-Flop Strategie (T8) sowie eine spezifische Turn& River-Strategie (T9). Den Teilnehmer der zweiten Gruppe (Control Group) wurden wieder historische und nicht-anwendbare Information vermittelt. Im Unterschied zur ersten Studie wurden den Teilnehmern Sachpreise in Aussicht gestellt, welche sie abhängig von ihrer individuellen Performance gewinnen konnten.

Ähnlich wie in der ersten Studie schnitten die Teilnehmer der ersten Gruppe (Treatment Group) im Mittel besser ab, jedoch bewegten sich beide Gruppen in der Verlustzone. Es fällt zudem auf, dass besonders die ersten Instruktionen die besten Lerneffekte erzielen, welche durch die gesteigerten durchschnittlichen

⁶⁵ Nach dem Ende einer Sitzung im Computerlabor erfolgte kein weiteres Gruppentreffen.

Gewinne in der ersten Gruppe impliziert werden. Auffällig ist zudem, dass Lerneffekte leicht verspätet eintreten können, was positive Sprünge zwischen zwei Sitzungen im Computerlabor implizieren (zwischen T3 und T4). Die Teilnehmer müssen die aufgenommene Information erst verinnerlichen und können leicht mit Information überladen werden. In diesem Kontext erwiesen sich besonders die Kenntnisse über das Hände-Ranking und Ratschläge für das Verhalten nach dem Flop als hilfreich, da nach diesen Instruktionen die größten Sprünge gemacht wurden.

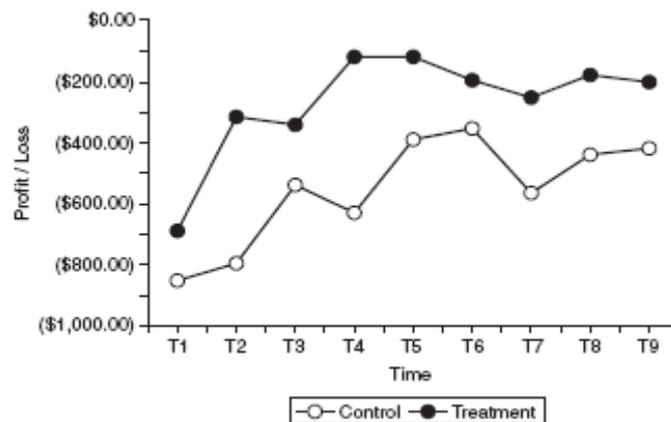


Abbildung 19: Ergebnisse der zweiten experimentellen Studie

(Quelle: Dedonno & Detterman, 2008, S. 35)

Zudem wurde in der zweiten Studie deutlich, dass die Teilnehmer der ersten Gruppe deutlich weniger Hände spielten als die der Vergleichsgruppe. Besonders deutlich wurde diese Tatsache nach der ersten Instruktion über das Hände-Ranking und den Hintergrund, dass das Ranking auf der Profitabilität der Hände basiert und manche Hände Verluste bringen. Das gleiche Phänomen, nur nicht so stark, trat auch bei der Vergleichsgruppe auf und impliziert "Learning by Doing".

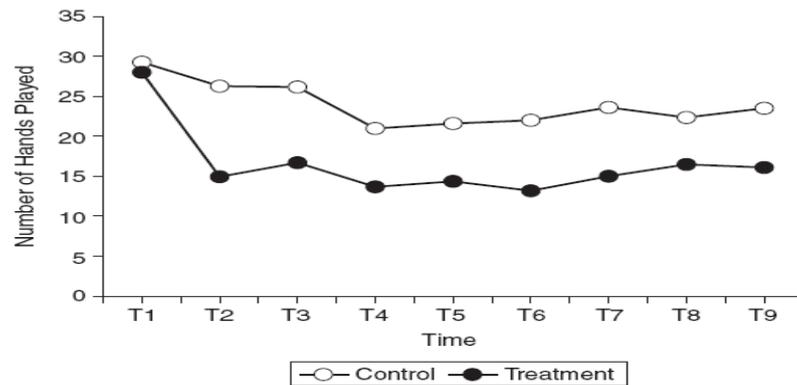


Abbildung 20: Veränderung der Frequenz gespielter Hände

(Quelle: Dedonno & Detterman, 2008, S.36)

Im zweiten Experiment⁶⁶ stehen die gemischten Strategien der Spieler im Fokus, wie sie z.B. im Basis-Modell des Von Neumann/Morgenstern Pokers unter optimalen Verhalten entstehen. In diesem Ansatz soll die beobachtete Strategie der Teilnehmer der theoretischen bzw. prognostizierten Strategie gegenüber gestellt werden. Jede Veränderung der Strategie wird als Lerneffekt gesehen, da diese Veränderung nicht willkürlich erfolgt, sondern auf Basis von Erfahrungen.

Aufbau : In diesem Experiment spielten die Teilnehmer eine stark vereinfachte Version des Pokers, welche prinzipiell dieselben Eigenschaften besitzt wie das Basismodell aus Kap. 3.1.2. Die beiden zu untersuchenden Größen in diesem Experiment waren zum einen die Bluff-Wahrscheinlichkeit p durch den Spieler A (frühe Position) und zum anderen die Call-Wahrscheinlichkeit q durch den Spieler B (späte Position). Die Teilnehmer schlüpften zufällig in die Rolle der Spieler und spielten gegeneinander bis einer der beiden keine Chips mehr hatte oder die Periode (bzw. die Anzahl der Runden) vorüber war. Hinterher wurden die Ausrichter über die Stacks der Spieler unterrichtet und das Spiel wurde in vertauschten Rollen bzw. Positionen zwischen Spielern wiederholt. Anschließend wurden die Spieler gemäß eines Wechselkurses ausgezahlt und damit war das Experiment zu Ende. Dieses Verfahren wurde mit verschiedenen Satzgrößen wiederholt ($C2 = 2$ Chips, $C4 = 4$ Chips und $C6 = 6$ Chips), um zu prüfen inwiefern ein experimenteller Zusammenhang zwischen der Größe des Setzens mit den relevanten strategischen Wahrscheinlichkeiten besteht. Ebenso

⁶⁶ Vgl. Rapoport et al. (1997), S.31-49.

wurde die Dauer des Experimentes variiert (C2 = 72 Runden, C4 = C6 = 120 Runden).

Resultate : Als erstes lässt sich festhalten, dass je höher der Setzbetrag ist, desto niedriger ist die Call-Wahrscheinlichkeit q . Zudem werden theoretisch als dominiert bezeichnete Strategien tatsächlich durch die Teilnehmer nicht gewählt. Die Bluff-Wahrscheinlichkeit erscheint dagegen als invariant gegenüber des Setzbetrages.

Prob.	Condition C2		Condition C4		Condition C6	
	Mean	<i>SD</i>	Mean	<i>SD</i>	Mean	<i>SD</i>
p	0.47	0.13	0.50	0.19	0.47	0.24
q	0.70	0.11	0.55	0.19	0.50	0.21
$p + q$	1.17	0.32	1.05	0.37	0.97	0.42

Tabelle 6: Übersicht der Wahrscheinlichkeiten unter den verschiedenen Bedingungen

(Quelle: Rapoport et al., 1997, S. 36)

Die Betrachtung der Resultate wurde weiter spezifiziert, indem sequentielle Abhängigkeiten in den Aktionen (und damit den relativen Häufigkeiten) der Spieler unterstellt wurden. Wenn ein Spieler eine Entscheidung trifft und diese in einer gewissen Art signifikant von dem Ausgang vorheriger Entscheidungen abhängig ist, so spricht man von sequentieller Abhängigkeit. Wenn eine Erfahrung mit einer vorherigen Entscheidung keinen Einfluss auf die aktuelle Entscheidung hat, so lässt sich Lernverhalten aufgrund der sequentiellen Unabhängigkeit ausschließen. So spielt es bspw. keine Rolle, dass wenn man sehr oft blufft, die Gegner daraus lernen und als Folge öfter mitgehen. Die Wahrscheinlichkeit eines Bluffs ist demnach sequentiell unabhängig, wenn die Spieler gedächtnislos agieren. Um diesen Zusammenhang näher zu beleuchten, rücken anstatt der einfachen unbedingten Wahrscheinlichkeiten p und q die bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(R / \dots)$ und $P(C / \dots)$ erster und zweiter Ordnung in den Fokus. Sie beschreiben die relative Häufigkeit einer Aktion in Abhängigkeit von einer oder mehreren vorigen Aktionen, wobei R für eine Erhöhung mit einer schlechten Hand steht (Bluff) und C symbolisiert, dass der Spieler 2 mitgeht.

Für den Fall einer Erhöhung stellte sich heraus, dass die bedingte Wahrscheinlichkeit höher ausfiel, wenn die vorherige Aktion ein “drop“ bzw. check war. Dieser Effekt verstärkte sich, wenn die beiden vorherigen Aktionen ein check waren. Die Spieler neigen immer mehr dazu ihr Verhalten in die entgegengesetzte Richtung zu verändern, je öfter ein bestimmtes Verhalten in der jüngsten Vergangenheit aufgetreten ist (Overalternation Bias). Für Spieler ist es demnach wünschenswert, nach bestimmten Serien von Verhaltensmustern ihr Verhalten zu verändern, um nicht zu berechenbar für ihre Gegner zu sein. Diese Tatsache ist in allen Experimenten zu beobachten (C2, C4, C6).

Condition	$p(R R)$	$p(R D)$	$p(R R, R)$	$p(R R, D)$	$p(R D, R)$	$p(R D, D)$
C2	0.35	0.57	0.34	0.34	0.50	0.63
C4	0.42	0.57	0.38	0.45	0.57	0.60
C6	0.38	0.51	0.46	0.43	0.55	0.53

Tabelle 7: Bedingte Bluff-Wahrscheinlichkeiten 1. und 2. Ordnung

(Quelle: Rapoport et al., 1997, S.38)

Bei der Bestimmung der bedingten Call-Wahrscheinlichkeiten ist dasselbe Phänomen zu beobachten wie bei Spieler 1. Der Spieler neigt auch hier zum sog. Overalternation Bias und dies umso stärker nach einer Serie von Verhaltensmustern in der jüngsten Vergangenheit. Diese Erkenntnisse erweisen sich in den Konditionen C2 und C6 als signifikant.

Condition	$p(C C)$	$p(C F)$	$p(C C, C)$	$p(C C, F)$	$p(C F, C)$	$p(C F, F)$
C2	0.66	0.78	0.64	0.70	0.75	0.88
C4	0.53	0.55	0.54	0.52	0.53	0.57
C6	0.47	0.53	0.50	0.49	0.49	0.57

Tabelle 8: Bedingte Call-Wahrscheinlichkeiten 1. und 2. Ordnung

(Quelle: Rapoport et al., 1997, S.38)

Als Ergebnis der Studie stellte sich heraus, dass Spieler 1 zu selten blufft und Spieler 2 zu oft mitgeht im Vergleich zu den Prognosen aus der Spieltheorie. Beide Spieler weichen von ihrem optimalen Verhalten ab.

Zur Erklärung dieser Resultate werden Ansätze des adaptiven Lernverhaltens herangezogen. In diesen Ansätzen legt der einzelne Spieler seine relevante Wahrscheinlichkeit fest, indem er aus Erfahrungen aus Situationen mit einer ähnlichen Aufgabe seine Lehren zieht. Diese Erfahrungen sind im Wesentlichen von Gewinnen oder Verlusten gekennzeichnet, die den Spieler für sein künftiges Verhalten prägen. Der Spieler aktualisiert seine Strategie nachdem er eine Erfahrung und einen Gewinn/Verlust mit einer gegebenen Strategie erlangt hat. Zur Bewertung der Gewinne oder Verluste wird ein Referenzpunkt herangezogen, welcher durch die Anwendung einer Strategie unter- oder überschritten wird. Der Referenzpunkt wird ebenfalls stetig aktualisiert. Je besser die Erfahrungen mit einer gewissen Strategie sind, desto wahrscheinlicher ist eine Anwendung dieser Strategie. Formal nimmt dieses Modell folgende Gestalt an:

$$q_{nj}(t+1) = \max[v, (1-\theta)q_{nj}(t) + E_{nk}(j, R_t(y))] \quad (32)$$

$$p_{nk} = q_{nk} / \sum q_{nj}(t) \quad (33)$$

$$R_t(y) = y - \rho(t) \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \rho(t+1) &= (1-w^+) \rho(t) \text{ für } y \geq \rho(t) \\ &= (1-w^-) \rho(t) \text{ für } y < \rho(t) \end{aligned} \quad (35)$$

In diesem Modell stellt v eine positive Konstante dar, um immer einen positiven Wert für die Strategie j zu erhalten. Gleichung (32) gibt die Neigung des Spielers n wieder die Strategie j in der Periode $t+1$ zu spielen. Diese Neigung hängt davon ab, inwieweit der Spieler n sich an die Strategie j aus der Vorperiode erinnern kann (mit θ als Vergesslichkeitsparameter). Der Ausdruck $E_{nk}(\dots)$ ist eine Funktion, mit der der Spieler nach der Erfahrung mit der k -ten Strategie und Erhalt des Pay-Offs $R_t(y)$ aus dieser Erfahrung seine Strategie j aktualisiert. Gleichung (33) gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass der Spieler n seine k -te Strategie in t spielt. Die Gewinne und Verluste werden in Belohnungen oder Pay-Offs mittels Gleichung (34) transformiert, welche die Einzahlung y mit einem Referenzpunkt $\rho(t)$ vergleicht. Dieser Referenzpunkt

wird ebenfalls aktualisiert, was aus Gleichung (35) hervorgeht, wobei w^+ bzw. w^- die Gewichte für eine positive bzw. negative Belohnung sind.⁶⁷

Der Einbau der sequentiellen Abhängigkeit lässt sich auf die Anwendung sequentieller kognitiver Strategien zurückführen, wobei für dieses Verhalten nur zwei Strategien in Frage kommen. Da wären die sog. *Alternation-Strategien* (ALT), welche die aktuelle Entscheidung von der unmittelbar vorher getroffenen Entscheidung abhängig machen. Auf der anderen Seite erscheinen sog. *Gamblers Fallacy-Strategien* (GF) sehr passend, um das Verhalten der Teilnehmer zu beschreiben. Im Gegensatz zu ALT hängt unter GF die aktuelle Entscheidung von dem Resultat der vorherigen Entscheidung ab und nicht von der Entscheidung an sich. Durch den Einbau von sequentiellen kognitiven Strategien ergeben sich folgende aktualisierte bedingte Wahrscheinlichkeiten 1. Ordnung für den Fall eines Bluffs bzw. Calls:

Sequential strategy	Timing of learning	Condition	$p(R R)$	$p(R D)$	$p(C C)$	$p(C F)$
Yes	Upon Playing	C2	.26	.74	.49	.66
		C4	.17	.66	.40	.42
		C6	.19	.72	.35	.41
	On Every Period	C2	.25	.75	.35	.53
		C4	.24	.74	.30	.38
		C6	.22	.70	.23	.29
No	Upon Playing	C2	.40	.35	.37	.36
		C4	.68	.48	.59	.31
		C6	.34	.32	.54	.27
	On Every Period	C2	.48	.57	.64	.38
		C4	.43	.41	.50	.23
		C6	.43	.46	.43	.17

Tabelle 9: Bedingte Wahrscheinlichkeiten 1. Ordnung mit sequentiellen Strategien

(Quelle: Rapoport et al., 1997, S. 45)

Wie in obiger Tabelle zu sehen tritt das Phänomen des Overalternation Bias stärker auf, wenn man sequentielle Strategien unterstellt. Sowohl die Differenz $p(R/D) - p(R/R)$ als auch die Differenz $p(C/F) - p(C/C)$ ist positiv, wenn man die sequentielle Strategien unterstellt unabhängig von der Art des Lernverhaltens. Hier wurde dies bzgl. angenommen, dass die Spieler lernen

⁶⁷ Vgl. Bereby-Meyer & Erev (1998), S. 270-273.

während sie spielen oder nur jeweils nach dem Ende einer Periode. Die Art und Weise des Lernens scheint dagegen unerheblich zu sein.

Abschließend wurde das Lernverhalten mit und ohne sequentiellen Strategien simuliert und festgestellt (Vgl. Abbildung 32 und 33), dass die Spieler sich im Uhrzeigersinn (UZS) bewegen, wenn man ihr Verhalten in einem P(Bluff)/P(Call)-Diagramm abbildet. Es lässt sich ableiten, dass anfangs der Spieler 1 zu selten blufft und Spieler 2 zu oft mitgeht, wenn man die Gleichgewichtsstrategie als Messlatte heranzieht. Mit der Zeit ist eine Konvergenz zu den Gleichgewichtsstrategien im UZS zu beobachten, was bedeutet, dass langfristig Spieler 1 mehr bluffen wird und Spieler 2 weniger mitgeht. Zudem passt sich die Annahme, dass Spieler lernen während sie spielen ("Learning by Doing"), besser an die Simulationsergebnisse an.

5 Risk-Taking im Poker

Der Schwerpunkt in diesem Kapitel liegt in der Untersuchung des Verhaltens von Pokerspielern hinsichtlich ihrer Risikobereitschaft in einem dynamischen Umfeld. Die grundlegende Annahme hierbei ist, dass die Spieler nicht mehr gedächtnislos und risikoneutral am Tisch agieren und ihre optimale Strategie und Spielstil über Runden hinweg beibehalten. Mehr Inanspruchnahme von Risiko bedeutet für den Fall des Pokers, dass die Spieler in oder nach bestimmten Situationen ihren Spielstil wechseln ("tight" → "loose" oder "passive" → "aggressive").

Die Abweichungen oder Veränderungen der optimalen Strategie sollen zum einen als Resultate kognitiver Verzerrungen in dem Entscheidungsprozess des Spielers betrachtet werden. Da es sich beim Poker um ein Spiel asymmetrischer Information handelt und das Umfeld eines Spielers von Unsicherheit geprägt ist, soll primär mithilfe der Prospect Theory die Entscheidungsfindung eines Pokerspielers erklärt und beobachtete Abweichungen interpretiert werden. In diesem Zusammenhang spielen Gewinne und Verluste in der Vergangenheit eine große Rolle in der Entscheidungsfindung des Spielers. Der Spieler hat jedoch nicht nur monetäre

Werte im Gedächtnis, sondern ebenso Realisationen der Zufallselemente im Spiel (Austeilung der Private & Community Cards) vorheriger Runden. Durch die Bildung von Erwartungen über künftige Realisationen dieser Zufallselemente auf Basis der Vergangenheit entstehen ebenfalls kognitive Verzerrungen, da der Spieler hierbei die stochastischen Eigenschaften des Spieles komplett ausblendet.

Ein anderer Ansatz, welcher die Veränderungen des Spielstils genauer fokussiert, baut auf den Eigenschaften eines Turniers auf und nicht auf kognitiven Verzerrungen beim Spieler. Aufgrund der Preisstruktur und der Relevanz der ordinalen Rangfolge der Spieler bei der Ausschüttung des Geldes, können ggf. beim Spieler Anreize entstehen, seinen Spielstil zu verändern. Zudem sind in diesem Kontext die Abstände der Stacks zwischen den Spielern eine wesentliche Determinante, was besonders an der sog. *Small-Stack Strategie* deutlich wird.

5.1 Risk Taking durch Kognitive Verzerrungen

In diesem Teilkapitel soll das Risikoverhalten des Pokerspielers im Fokus stehen, welches besonders durch Verzerrungen in der Entscheidungsfindung eines Spielers beeinflusst wird. Diese Verzerrungen entstehen durch eine vergangenheitsorientierte Entscheidungsfindung des Spielers, wobei entweder monetäre Werte oder Realisationen der Zufallselemente im Spiel die Ankerpunkte in der Vergangenheit darstellen.

Einleitend sollen die wichtigsten und im Zusammenhang mit Poker relevanten Erkenntnisse der Prospect Theory vorgestellt werden, um einen Grundstein für die weitere Analyse zu legen. Hinterher werden zwei Phänomene dargestellt, welche insb. durch Gewinne oder Verluste des Spielers in der Vergangenheit ausgelöst werden, nämlich die *Break-Even Hypothese* und den *House-Money Effekt*. Abschließend soll aus einem anderen Aspekt das Risikoverhalten der Spieler betrachtet werden, welcher auf einer gestörten Wahrnehmung der Realisationen der Zufallselemente im Spiel (*Gamblers Fallacy*) und der eigenen Fähigkeiten (*Hot-Hand Fallacy*) beruht.

5.1.1 Eine kurze Einführung in die Prospect Theory⁶⁸

Im Gegensatz zur bisherigen Analyse wird nun die Annahme aufgegeben, dass ein Spieler seine Entscheidungen nach reinen Erwartungswerten trifft, da in diesen Werten Gewinne und Verluste genau gemäß ihrer Wahrscheinlichkeit integriert werden. Im Folgenden wird ein Spieler seine Partizipation an einer Pokerrunde oder das Spielen einer Starthand nicht mehr risikoneutral bewerten, da mögliche Gewinne und Verluste unterschiedlich in diese Bewertung eingehen, wenn ein Entscheidungsträger (ET) unter Unsicherheit und Risiko agiert.

Wenn ein ET vor der Wahl eines Erwerbs einer Lotterie steht, was bedeutet, dass ihm unsichere und zustandsabhängige Einkommen zustehen, wägt er den Erwerb anhand seiner subjektiven Bewertung der Lotterie ab. Die subjektive Bewertung durch den ET vollzieht sich prinzipiell in zwei Phasen, nämlich in den sog. *Editing* und *Valuation* Phasen.

Im Mittelpunkt der ersten Phase steht die Formulierung des Entscheidungsproblems durch den ET, welche auf Basis eines mentalen Kontos durchgeführt wird. Zuerst legt der ET einen Referenzpunkt fest, ab welchem die zustandsabhängigen Einkommen als Verluste bzw. Gewinne gesehen werden (Coding). Dieser Referenzpunkt ist nicht fix, sondern kann sich in einem dynamischen Umfeld je nach Erwartungen und Erfahrungen des ET verschieben.

Außerdem spielt die Codierung früherer Einkommen für die Attraktivität einer aktuellen Lotterie eine große Rolle, da frühere Gewinne und Verluste in die aktuelle Entscheidungsfindung integriert werden können, was einem gedächtnisbasierten Verhalten des ET entsprechen würde.⁶⁹ In Experimenten zur Verarbeitung früherer Einkommen in die aktuelle Entscheidung wurde deutlich, dass ET nach dem Prinzip des *Quasi-Hedonic Editing* handeln, was bedeutet, dass der ET sein Problem derart formuliert, sodass ihm Lotterien möglichst attraktiv erscheinen.⁷⁰ Demnach werden frühere Verluste nicht in

⁶⁸ Vgl. Kahneman & Tversky (1979), S. 263-291 und Tversky & Kahneman (1992), S. 297-323.

⁶⁹ Vgl. Gärling & Romanus (1997), S. 289f.

⁷⁰ Dies spielt lediglich für den House-Money Effekt eine besondere Rolle.

mögliche Verluste der aktuellen Lotterie integriert, wohingegen frühere Gewinne in mögliche Verluste integriert werden und diese schmälern.⁷¹

Zudem werden in der Problemformulierung sichere Gewinne und Verluste von der Lotterie abgetrennt (Segregation) und Wahrscheinlichkeiten der jeweiligen Zustände werden aufgerundet (Simplifikation). Schließlich werden, ähnlich wie in der Spieltheorie, stochastisch dominierte Alternativen ausgeschlossen und sind in der weiteren Betrachtung irrelevant.

Die zweite Phase der Entscheidungsfindung setzt sich mit der finalen Bewertung einer Lotterie auseinander, was voraussetzt, dass der ET sein Problem bereits passend formuliert hat. Eine Lotterie habe zwei Zustände, nämlich x und y mit $P(x) = p$ und $P(y) = q$, so lautet die Notation einer Lotterie $(x, p; y, q)$ mit $x \geq 0 \geq y$ und $p + q < 1$. Die letzte Bedingung ist für den Fall des Pokers besonders wichtig, da immer zumindest die marginale Möglichkeit eines Unentschieden besteht und nicht jede Hand entweder gewonnen oder verloren wird.

Für die Bewertung der Lotterie wird eine Bewertungsfunktion $V(\cdot)$ herangezogen, welche Gewinne und Verluste unterschiedlich und relativ zu einem Referenzpunkt bewertet. Demnach sind Veränderungen im Vermögen des ET wichtiger als Endvermögenspositionen an sich. In dieser Bewertungsfunktion werden, wie eingangs erwähnt, Gewinne und Verluste unterschiedlich gewichtet. Diese Tatsache liegt darin begründet, dass der ET eine unterschiedliche Risikoeinstellung aufweist und sich nicht neutral gegenüber Gewinnen und Verlusten verhält. Ein ET präferiert eine sichere Zahlung gegenüber einer Lotterie mit gleichem Erwartungswert, wenn diese Zahlung positiv ist und eine Lotterie gegenüber der sicheren Zahlung, wenn die Zahlung negativ ist. Hieraus lässt sich ableiten, dass der ET im Gewinnbereich risikoavers ist, wohingegen er im Verlustbereich eine Streuung der Zahlung bevorzugt. Ferner haben beide Bereiche gemein, dass der marginale Wert der Zahlung abnehmend ist, je höher die Zahlung ausfällt (diminishing sensitivity). Dieses Phänomen bedeutet bspw., dass die Wertdifferenz zwischen Gewinnen von 200 GE und 100 GE größer ist als die Wertdifferenz zwischen 1200 GE und 1100 GE, für den Verlustbereich gilt dasselbe Prinzip. Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass die Wertfunktion im Gewinnbereich konkav ist und im

⁷¹ Vgl. Thaler & Johnson (1990), S. 650 ff. und Yu & Wang (2009), S. 6f.

Verlustbereich konvex. Außerdem ist hinzuzufügen, dass Verluste und Gewinne, wenn sie im denselben Betrag ausfallen, nicht gleich bewertet werden, sondern ein Verlust im absoluten Wert die Bewertung eines Gewinns übersteigt, sodass für $x = y$ gilt, $v(x) < -v(-x)$. Ein Verlust wird demnach höher bestraft als ein Gewinn gleichen Betrages belohnt würde. Als Folge ist die Wertfunktion im Verlustbereich steiler als im Gewinnbereich, was eine Verlustaversion des ET impliziert.

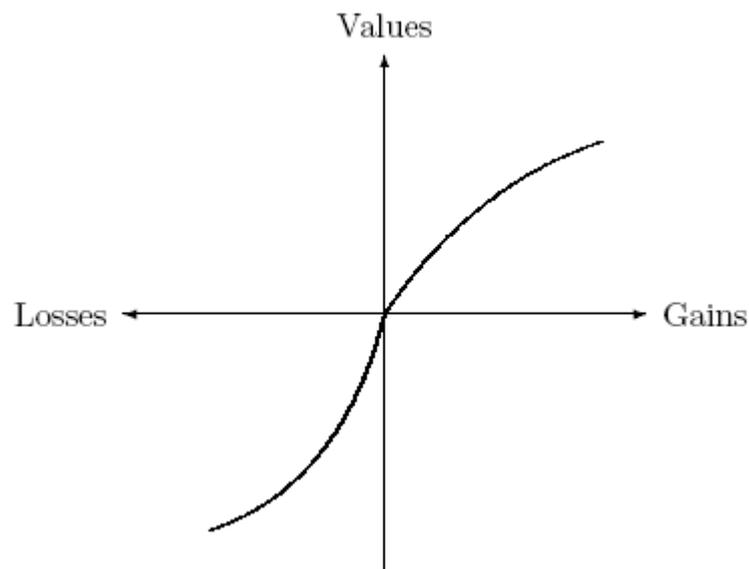


Abbildung 21: Bewertungsfunktion in der Prospect Theory

(Quelle: Yu & Wang, 2009, S. 6)

Um die Bewertung der Lotterie zum Abschluss zu bringen, ist es notwendig, dass die einzeln identifizierten und bewerteten Zustände nun gewichtet werden, um ein Gesamturteil über die Lotterie zu fällen. Ähnlich wie in einem risikoneutralen Ansatz werden die einzelnen Zustände mit den dazugehörigen Eintrittswahrscheinlichkeiten gewichtet, woraus sich eine Art Erwartungswert ergibt. Ein weiterer Unterschied zum risikoneutralen Ansatz liegt darin, dass nicht primär die Eintrittswahrscheinlichkeiten der Zustände genutzt werden, sondern diese in Entscheidungsgewichte transformiert werden. Die Entscheidungsgewichte sind z.B. als subjektive Wahrscheinlichkeiten zu interpretieren und spiegeln die Attraktivität einer Lotterie wider. Die Entscheidungsgewichte summieren sich (im Gegensatz zu den objektiven Wahrscheinlichkeiten) nicht zu 1 und unterliegen systematischen Verzerrungen. Diese Verzerrungen resultierten aus experimentellen Studien

und implizieren, dass ET dazu neigen kleine Wahrscheinlichkeiten zu über- bzw. große Wahrscheinlichkeiten zu unterschätzen. Außerdem werden Zustände mit sehr kleinen Eintrittswahrscheinlich gänzlich ausgeschlossen. Die Eintrittswahrscheinlichkeiten $p(\cdot)$ werden mittels einer Gewichtungsfunktion $\pi(p(\cdot))$ zu Entscheidungsgewichten transformiert.⁷²

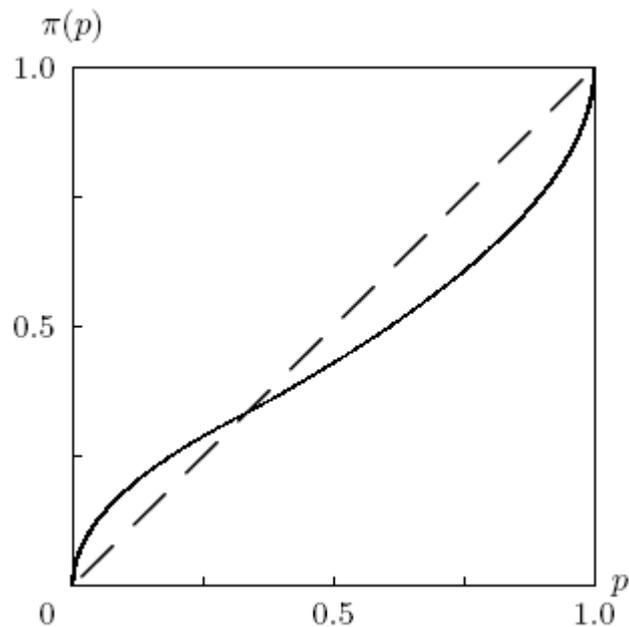


Abbildung 22: Gewichtungsfunktion in der Prospect Theory

(Quelle: Yu & Wang, 2009, S. 6)

Wie im Schaubild 22 zu sehen ist, bewegt sich die Gewichtungsfunktion zwischen 0 und 1, was bedeutet, dass in es diesen Punkten nicht zu Verzerrungen kommt, wenn man vom Schnittpunkt absieht. Diese Bereiche sind jedoch für die Entscheidungsfindung irrelevant, da es sich entweder um relativ sichere (Certainty Effekt) oder um relativ rare Zustände handelt. Für die eingangs vorgestellte Lotterie $(x, p; y, q)$ folgt für die Bewertung $V(\cdot)$ schließlich:

$$V(x, p; y, q) = \pi(p)v(x) + \pi(q)v(y) \quad (36)$$

mit $v(x) = x^\alpha$ für $x \geq 0$ (37)

und $v(x) = -c(-x)^\alpha$ für $x < 0$ (38)

⁷² Vgl. Tversky & Fox (1995), S. 279ff.

mit $v(0) = 0$, $\pi(0) = 0$, $\pi(1) = 1$, $c \geq 1$ und $0 \leq \alpha \leq 1$ als Grad der Risikoeinstellung.

In den nachfolgenden Teilkapiteln 5.1.2 und 5.1.3 sollen jeweils Effekte aufgezeigt werden, welche sich aus der Prospect Theory ableiten lassen und eine hohe Relevanz zum Verhalten im Poker aufweisen.

5.1.2 House-Money Effekt und Break-Even Hypothese

In diesem Kapitel sollen zwei Effekte vorgestellt werden, die resultieren können, wenn ein ET gedächtnisbasiert agiert und frühere Einkommen in sein Entscheidungskalkül zieht. Diese Effekte prognostizieren jeweils in ihrer Richtung eine verschiedene Veränderung der Risikoeinstellung und haben ebenso in ihrer subjektiven Rechtfertigung nichts gemein. Abschließend werden ein Experiment und eine empirische Analyse zu den relevanten Inhalten vorgestellt.

House-Money Effekt: Die Entwicklung des House-Money Effektes beginnt bereits in der Editing Phase der Entscheidungsfindung und folgt auf Basis der Quasi-Hedonic Editing Regeln. Die wichtigsten Erkenntnisse sind zum einen, dass frühere Gewinne in mögliche Verluste einer Lotterie integriert und frühere Verluste dagegen nicht in die Lotterie integriert werden, weder in möglichen Gewinnen noch in Verlusten. Die Idee hierbei ist, dass frühere Verluste bei dem ET die Verlustaversion erhöhen und dieser Effekt verstärkt wird, wenn die aktuelle Lotterie nicht die Möglichkeit eines Verlustausgleichs bietet. Ein früherer Verlust sensibilisiert den ET bzgl. potentieller Verluste in der Zukunft, z.B. kann der Parameter α aus Gleichung (38) steigen, sodass potentielle Verluste noch schlechter bewertet werden als vor dem Verlust.⁷³

Im Gegensatz zu einem früheren Verlust, wird ein Gewinn in die möglichen Verluste einer Lotterie integriert, was den potentiellen Verlust schmälert und dadurch die Attraktivität der Lotterie erhöht. Solange der Gewinn noch nicht vollständig erschöpft ist, gelten potentielle Verluste als Reduktion früherer Gewinne oder Verlust "fremden" Geldes. Durch diesen Prozess sinkt die

⁷³ Vgl. Thaler & Johnson (1990), S. 656 f. und Gärling & Romanus (1997), S. 291f.

Verlustaversion beim ET und er agiert nach einem Gewinn risikoaffiner, weil Verluste nicht mehr so schmerzvoll sind wie nach einem vorherigen Verlust.⁷⁴ In Experimenten zum Einfluss frühere Gewinne und Verluste auf das aktuelle Risikoverhalten wurde das eingeleitete Phänomen evident, in denen die Teilnehmer auf ihre Präferenzen gegenüber Pferderennen untersucht worden. Das Einkommen der Vorperiode wurde in drei Szenarien variiert (kein Einkommen, Gewinn und Verlust in Periode $t - 1$) und die Teilnehmer sollten auf einer Skala von 10 bis 90 ihre Zufriedenheit mit dem Einkommen (10 = unzufrieden und 90 = sehr zufrieden) sowie die Wahrscheinlichkeit des Erwerbs einer weiteren Lotterie (hier = Pferderennen; 10 = sehr unwahrscheinlich und 90 = sehr wahrscheinlich) dokumentieren. Anschließend wurden die einzelnen Werte mit 50 subtrahiert.

	Satisfaction with outcomes			Likelihood of gambling
	Not gambling	Loss	Gain	
No prior outcome	-2.6	-18.2	27.7	10.5
Prior loss	-2.2	-19.4	27.3	- 0.5
Prior gain	-0.5	-12.9	28.3	20.5

Tabelle 10: Ratings der Zufriedenheit mit den Einkommen und Wahrscheinlichkeit weiterer Wetten

(Quelle: Gärling & Romanus, 1997, S. 8)

In den Ergebnissen wird ersichtlich, dass die Bereitschaft der Teilnehmer zum Erwerb einer weiteren Lotterie nach einem Gewinn höher ist, als wenn man in der Vorperiode kein Einkommen gehabt oder verloren hätte. Die Bereitschaft zur Lotterie sinkt hingegen, wenn man in der Vorperiode einen Verlust hinnehmen musste im Vergleich zur Inaktivität. Zudem wird deutlich, dass ein Verlust weniger Unzufriedenheit stiftet, wenn die Periode oder Runde zuvor gewonnen wurde. In dem Fall eines Gewinns in der aktuellen Periode wird kein signifikanter Einfluss des vorgelagerten Einkommens deutlich, jedoch die Tendenz ersichtlich, dass ein Gewinn in der aktuellen Periode einen Verlust in der Vorperiode nicht vollständig kompensiert. Die Teilnehmer waren im Mittel zufriedener, wenn sie in der Vorperiode inaktiv waren statt einen Verlust zu

⁷⁴ Vgl. Thaler & Johnson (1990), S.656 f. und Fernandes et al. (2006), S. 1f. und 8f.

erleiden. Der Grund kann darin liegen, dass Verluste stärker im Gedächtnis bleiben und deshalb die Zufriedenheit im Erfolgsfall trüben. Jedoch weist insgesamt der House-Money Effekt eine gewisse Relevanz auf.

Break-Even Hypothese: Der folgende Effekt hat eine genau umgekehrte Wirkung auf das Risikoverhalten eines ET als der eingangs vorgestellte House-Money Effekt. Im Unterschied zum House-Money Effekt steigt unter gewissen Umständen die Neigung zum Erwerb einer Lotterie nicht nach einem vorgelagerten Gewinn, sondern nach einem Verlust in der Vorperiode, wenn die aktuelle Lotterie die Möglichkeit eines Ausgleichs des Verlustes bietet (Break-Even Hypothese). Die gesteigerte Attraktivität der Lotterie ist zudem auf die Unfähigkeit der ET zurückzuführen, Verluste zu akzeptieren und zu verdrängen.⁷⁵

Am besten lässt sich der Effekt anhand eines Beispiels unter Einbezug des Referenzpunktes erläutern, welcher ein wichtiges Element in der Entscheidungsfindung bildet. Ein ET hat die Wahl zum Erwerb einer Lotterie, welche mit gleicher Wahrscheinlichkeit einen Gewinn von 1000 GE und einen Verlust von 1000 GE generiert. Der Referenzpunkt betrage 0 GE. Die Lotterie wird nicht angenommen, da der Verlust den Wert der Lotterie stärker schmälert als der mögliche Gewinn ihn steigert (Verlustaversion). Wenn nun von einem ET in der Vorperiode einen Verlust von 1000 GE hingenommen wurde, verändert sich auch der Referenzpunkt von 0 GE Richtung -1000 GE. In diesem Punkt ist der ET einem Verlust von 1000 GE nicht mehr so sensibel gegenüber wie in dem Referenzpunkt von 0 GE (diminishing sensitivity). Wenn der ET jetzt wieder die Wahl der Lotterie $(0,5, 1000; 0,5, -1000)$ hätte, würde aufgrund des vorherigen Verlustes die Attraktivität der Lotterie steigen, da der Verlust von 1000 GE nach einem Verlust in der Vorperiode nicht mehr so stark ins Gewicht fällt, da $v(-1000) + v(-1000) > v(-2000)$. Wenn der ET die Lotterie nicht annimmt, so ist er einem sicheren Verlust von 1000 GE ausgesetzt. Wenn er sie annimmt, so macht er mit gleicher Wahrscheinlichkeit entweder gar keinen oder einen Verlust von 2000 GE und streut damit seine Verluste. Aufgrund der Risikoaffinität in der Verlustzone würde der ET damit

⁷⁵ Vgl. Smith et al. (2009), S. 3 f und Thaler & Johnson (1990), S. 657 f.

die Lotterie tendenziell annehmen.⁷⁶ Dieser beschriebene Sachverhalt lässt sich ebenso in einer Grafik abbilden:

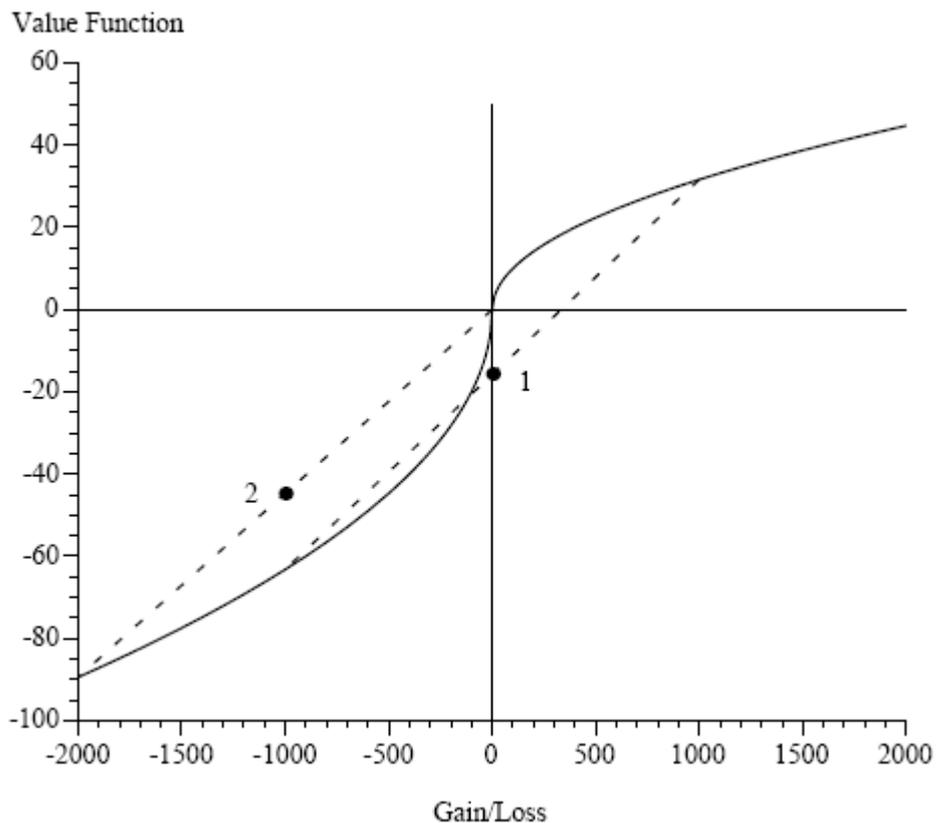


Abbildung 23: Abhängigkeit des Wertes einer Lotterie vom Referenzpunkt

(Quelle: Smith et al., 2009, S. 32)

Im obigen Schaubild stehen die Punkte 1 und 2 für verschiedene Referenzpunkte, nämlich 0 GE (Punkt 1) und – 1000 GE (Punkt 2). Die gestrichelte Linie stellt die Lotterie und ihre Berührungspunkte mit der S-Kurve stellen jeweils die zustandsabhängigen Vermögenspositionen des ET dar.

Abgesehen von den beiden bereits vorgestellten Effekten, können weitere Verhaltensmuster bzgl. des Risikoverhaltens auftreten, welche sich aus der Prospect Theory ableiten und im weiteren Verlauf auf den Fall des Pokers anwenden lassen. Diese Verhaltensmuster sind Erweiterungen des zweiten bekannten Effektes und liefern nähere Erklärungen für die Sachverhalte.

⁷⁶ Vgl. Smith et al. (2009), S. 4 f und Fernandes et al. (2006), S. 8 f.

Das erste Phänomen knüpft direkt an die Erkenntnisse aus der Break-Even Hypothese an und beschreibt die Attraktivität in solch einer Situation auf Außenseiter zu setzen, d.h. auf Positionen mit einem hohen Rendite – Risikoverhältnis (Favorite-Longshot Bias). Um einen gegebenen Verlust von bspw. 10 GE auszugleichen kann der ET eine relativ “sichere“ Lotterie wählen, in der er einen Setzbetrag von 10 GE verdoppeln kann und somit seinen Verlust ausgleicht. Auf der anderen Seite kann er eine relativ “unsichere“ Lotterie wählen, womit er einen Setzbetrag von 2 GE versechsfachen müsste, um seinen Verlust auszugleichen. Die beiden Lotterien unterscheiden sich in zwei Aspekten, nämlich in der Höhe des Setzbetrages und in den Gewinnwahrscheinlichkeiten im Erfolgsfall, da diese in der ersten Lotterie höher ausfällt.⁷⁷

Jedoch scheint gerade in Situationen, in denen ein Verlustausgleich möglich ist, die billigere Lotterie einen größeren Anreiz für den ET zu haben als die Lotterie mit der höheren Gewinnwahrscheinlichkeit, sodass der ET lieber auf den Außenseiter oder den sog. Longshot setzt. Ein weiterer Grund für die Präferenz einer billigeren Lotterie liegt in der generell gestiegenen Verlustaversion nach einem Verlust. Außerdem wird dieser Effekt umso stärker, je eher sich eine Spielperiode zum Ende neigt.⁷⁸

Die Ausprägung dieses Verhaltensmusters wird durch andere Erkenntnisse der Prospect Theory ebenfalls impliziert, wenn man annimmt, dass der ET seine Entscheidungen auf Basis subjektiver Wahrscheinlichkeiten bzw. Entscheidungsgewichte trifft, welche systematischen Verzerrungen unterliegen (Vgl. Abbildung 22). Diese Verzerrungen gehen mit der Überschätzung von Außenseitern oder kleinen (Gewinn-)Wahrscheinlichkeiten durch den ET einher, woraus wieder eine gesteigerte Attraktivität der “unsicheren“ Lotterie resultiert, da sie nicht nur billiger ist, sondern auch die Abstände zwischen den Gewinnwahrscheinlichkeiten der Lotterien auf subjektiver Ebene schrumpfen. Ferner resultieren Verzerrungen zum einen daraus, dass relativ unwahrscheinliche Ereignisse umso stärker im Gedächtnis verharren, wenn sie plötzlich doch eintreten. Auf der anderen Seite erinnert sich der ET ebenso

⁷⁷ Hier gilt die Annahme, dass die Quote der Lotterie der inversen Gewinnwahrscheinlichkeit entspricht.

⁷⁸ Vgl. Smith et al. (2009), S. 5 und Thaler & Johnson (1990), S. 658.

besser an Ereignisse, welche a-priori sehr wahrscheinlich waren und später nicht eintraten.⁷⁹

Im Poker steigt die Attraktivität auf die Außenseiter setzen mit der Höhe des Pots, was der Fall ist, wenn z.B. viele Spieler bei einer Hand dabei sind und keiner erhöht hat. Die Gewinnwahrscheinlichkeit, die den Spieler indifferent zwischen einem call und fold macht, sinkt je höher die aktuelle Potgröße ist. Typische Starthände, welche als Außenseiter klassifiziert werden können, sind bspw. der dritten Spalte der Tabelle 3 (Ranking der Starthände nach Billings et al., 2002, S. 214) zu entnehmen.

Außerdem ist es im Poker von elementarer Bedeutung, seine Gewinnwahrscheinlichkeit korrekt einzuschätzen. Die Überschätzung der Longshots führt ebenso zu mehr "looseness" im Spielstil, da auf Basis der Pot-Odds eine Entscheidung zwar oft subjektiv plausibel erscheint, aber objektiv gesehen eine Hand zu teuer ist. Im Gegensatz hierzu werden die vermeintlichen Favoriten (z.B. AA, KK) unterschätzt, weil verlorene Hände mit diesen Starthänden länger im Gedächtnis verharren, weil die Enttäuschung aufgrund zu hoher Erwartungen im Vorfeld größer ist. Die Unterschätzung der eigenen Gewinnchancen erscheint in diesem Aspekt als eine Prävention gegen eine Enttäuschung für den Spieler und diese steigt mit der Unsicherheit unter den Spielern.⁸⁰

Eine zweite Besonderheit ergibt sich, wenn man das Verhalten aus der Break-Even Hypothese aus dem Aspekt betrachtet, indem man vorgelagerte Verluste des ET versunkenen Kosten gleichsetzt und man einen sog. Sunk-Cost Effekt unterstellt. Dieser Effekt besteht durch eine fortlaufende und hohe Bindung an Ressourcen, um eine anfangs getätigte Investition zu rechtfertigen. Oft wird an Investitionen festgehalten, weil anfangs eine sehr große Summe aufgebracht wurde und man es zu Ende bringen will, obwohl die zusätzlichen Investitionen nur die Verluste vergrößern ("throwing good money after bad"). Die intuitive Erklärung in der subjektiven Entscheidungsfindung liegt darin, dass der ET glaubt einen Punkt erreicht zu haben, an dem ein Abbruch der Investition einen kompletten Verlust der Anfangsinvestition darstellt und dadurch als ein hoher Verlust wahrgenommen wird. Ferner möchte der ET den Eindruck vermeiden

⁷⁹ Vgl. Qiu (2009), S. 4 und 13 f und Looijmans et al. (2008), S. 3.

⁸⁰ Vgl. Uske (2008), S. 27.

verschwenderisch zu sein und dadurch sein Image zu schwächen. Dieser Effekt wird unter sozialen Aspekten noch verstärkt, wenn der ET z.B. in Interaktionen oder im Wettbewerb mit anderen Individuen steht und einem Publikum ausgesetzt ist. Die übertriebene Bindung eines ET an Anfangsinvestitionen wird daher auch *Escalation of Commitment* genannt, was eine Risikoaffinität in der Verlustzone voraussetzt.⁸¹

Im Fall des Pokers kann der obige Effekt durchaus aufgrund der multiplen Setzrunden in Erscheinung treten, da in einer Pokerrunde bis zu vier Entscheidungen über Investitionen getroffen werden müssen. Der Spieler kann, wie in einem dynamischen Investitionsprojekt, von vorgelagerten Investitionen beeinträchtigt werden, welche bei einem Abbruch der Pokerhand (fold) zwangsläufig einen Verlust des Spielers darstellen. Zudem erwirkt der Sunk-Cost Effekt bei dem Spieler, dass er seine Gewinnwahrscheinlichkeit suboptimal nutzt und aufgrund vorheriger Investments riskanter spielt, d.h. zu teure Hände aus dem Pot-Odds Kalkül werden gespielt und im Mittel verloren. Dieser Effekt stellt ein relativ gängiges empirisches Phänomen im Poker namens *Pot-Committed* dar, welches die emotionale Bindung eines Spielers an die investierten Chips im Pot ausdrückt. Diese emotionale Bindung entsteht durch den Irrglauben des Spielers, dass die investierten Chips noch ihm gehören.⁸² Solch eine Situation kann bspw. auftreten, wenn ein Spieler um einen relativ hohen Betrag vor dem Flop erhöht hat und noch Gegner im Spiel sind. Wenn seine Starthand vor dem Flop sehr stark war, die Erhöhung rechtfertigte und nach dem Flop jedoch ein sehr hohes NPot hatte, kann eine emotionale Bindung des Spielers zum Pot entstehen, auch wenn es offensichtlich ist, dass er nicht die beste Hand hält. Ein hohes NPot kann durch höhere Karten im Flop (mögliche Overpairs), Karten gleicher Farben (mögliche Flush Draws) oder Karten in exakter ordinaler Rangfolge (wie z.B. 9 10 J) entstehen und stellt für den Spieler ggf. eine hohe Gefahr dar, gerade wenn noch Karten folgen, was den PPot für den Gegner erhöht. Ein Beispiel wäre eine Erhöhung mit der Starthand (J J) und dem Flop (5 Q K) in gleicher Farbe.

⁸¹ Vgl. Hoelzl & Loewenstein (2005), S. 16 und Looijmans et al. (2008), S. 3.

⁸² Vgl. Looijmans et al. (2008), S. 4

Empirische Studie⁸³: In dieser empirischen Studie soll anhand von Daten aus dem Online-Spielraum die Relevanz von der Break-Even Hypothese und dem House-Money Effekt prognostiziert werden. Hierzu wurden als Datenbasis Pokerspieler des Anbieters *Full Tilt* herangezogen, nämlich sämtliche Spieler aus Cash-Games im Heads-Up und *Shorthanded* (maximal 6 Spieler am Tisch) Modus, wobei der Zeitraum der Datenerhebung zwischen Januar 2008 – Mai 2008 lag. Außerdem wurde bei der Analyse anhand der freien Positionen am Tisch differenziert, sodass in insgesamt sechs Kategorien die Spieler im Fokus standen.

Die Daten wurden für den Zweck der Analyse weiter selektiert und ausgedünnt, da das Verhalten der Spieler unmittelbar nach einem großen Gewinn oder Verlust analysiert werden sollte und nicht während des gesamten Zeitraumes. Es wurde ein Schwellenwert für einen einzelnen Gewinn bzw. Verlust festgelegt und bei Überschreitung wurde das Verhalten eines Spielers während der nächsten 12 darauf folgenden Hände beobachtet. Dieser Schwellenwert wurde auf 1000 \$ und die Mindestzahl an erfahrenen Gewinnen oder Verlusten pro Spieler auf 50 festgelegt.

Nachdem die Datenbasis spezifiziert wurde, ging man der Frage der eingangs vorgestellten Effekte nach. Aus diesem Zweck entstanden zwei Messvariablen, die das Verhalten des Spielers hinsichtlich seiner Risikobereitschaft stark charakterisieren.

Die erste Variable besteht aus dem prozentualen Anteil gespielter Hände, welche unmittelbar nach einem großen Gewinn oder Verlust folgen, und wurde als "looseness" bezeichnet. Wenn der Spieler weniger als 20 % seiner Hände spielt, so gilt er als "tight". Wenn er mehr als die Hälfte seiner Hände spielt, ist er hingegen sehr "loose" und spielt riskanter, weil er seine Hände tendenziell optimistischer einschätzt (Vgl. Kapitel 4.1).

Die zweite Variable befasst sich eher mit dem Setzverhalten als eine Partizipation an sich und wird aus dem Verhältnis der Summe von Erhöhungen und einfachen Setzens zu der Summe der gecallten und gepassten Hände. Die zweite Variable sollte die Aggressivität eines Spielers dokumentieren und wurde danach benannt. Für den Zweck der Studie galt ein

⁸³ Vgl. Smith et al. (2009), S. 10- 15.

Spieler als “passive“ wenn das obige Verhältnis kleiner Eins und “aggressive“ wenn das Verhältnis $> 1,5$ war.

Für jeden Spieler wurden in der spezifizierten Datenerhebung je nach Kategorie Durchschnittswerte berechnet und hinterher der Median unter den Durchschnittswerten der Spieler als repräsentativ für die Kategorie gewählt.

Außerdem wurden unabhängig vom ersten Verfahren für jede Kategorie die Anzahl der Spieler aufsummiert, welche mehr “loose“ bzw. aggressiver nach einem einzelnen Gewinn und nach einem Verlust spielen. Hier wurde der Nullhypothese nachgegangen, dass mehr “looseness“ nach einem Verlust genauso wahrscheinlich ist wie nach einem Gewinn, was keinen eindeutigen Effekt implizieren würde. In dieselbe Richtung geht die Nullhypothese auch im ersten Verfahren.

Die Datenbasis beschränkte sich nunmehr auf 346 Spieler, welche die gesamten Kriterien erfüllten. Zuerst lässt sich festhalten, dass die durchschnittliche “looseness“ am Tisch abnimmt, je höher die Anzahl der Spieler am Tisch. Diese Tatsache ist wohl auch darauf zurückzuführen, dass der Wert einer Hand mit steigender Anzahl der Gegner abnimmt, was z.B. auch durch Gleichung (25) impliziert wird. Wohingegen die Aggressivität dies bzgl. invariant ist. Diese Resultate werden aus Tabelle 11 ersichtlich:

Players at Table	Number of Observations	Average Looseness	Average Aggression
heads-up	228	51.27	1.15
2	40	46.49	1.38
3	33	34.68	1.55
4	75	28.50	1.63
5	150	25.93	1.42
6	203	25.53	1.34

Tabelle 11: Werte der durchschnittlichen “looseness“ und Aggressivität

(Quelle: Smith et al., S.26)

Die Neigung der Spieler nach einem Verlust riskanter bzw. mehr Hände zu spielen als nach einem Gewinn wird aus Tabelle 12 deutlich. In jeder Kategorie hat der Median-Spieler mehr Hände nach einem Verlust gespielt als nach

einem Gewinn. Außerdem spielen absolut gesehen mehr Spieler loose nach einem Verlust als nach einem Gewinn. Hierdurch wird die Break-Even Hypothese einmal mehr bestätigt (überall signifikant außer bei 2 Spielern am 6er Tisch; überall signifikant außer bei 2 und 3 Spielern am 6er Tisch).⁸⁴

Players at Table	Median Looseness				Players Looser After		
	Big Win	Big Loss	Other	Wilcoxon P	Big Win	Big Loss	Binomial P
heads-up	49.46	50.73	50.33	1.0 x 10 ⁻⁷	74	154	1.2 x 10 ⁻⁷
2	44.72	46.15	46.10	0.150	17	23	0.430
3	32.63	34.86	32.98	0.026	11	22	0.080
4	25.73	28.93	28.57	0.000084	21	54	0.00018
5	24.53	25.75	24.57	0.000094	53	97	0.00040
6	22.67	25.00	23.45	1.0 x 10 ⁻⁷	68	135	0.000002

Tabelle 12: “Looseness“ nach Gewinnen und Verlusten im Vergleich

(Quelle: Smith et al., 2009, S. 27)

Die qualitativen Ergebnisse für den Fall des Grades der Spielfrequenz lassen sich ebenso auf die Art des Setzverhaltens anwenden, da ebenso deutlich wird, dass Spieler nach einem Verlust aggressiver spielen als nach einem Gewinn. Auch absolut gesehen agieren die Spieler aggressiver nach einem Verlust, sodass die Nullhypothese eines unbestimmten Effektes sowohl bei “looseness“ als auch bei Aggressivität verworfen werden muss, da die Break-Even Hypothese zumindest eine schwache empirische Relevanz aufweist (signifikant jeweils bei Heads-Up und 2 oder 6 Spieler am 6er Tisch).

⁸⁴ Das Signifikanzniveau liegt in allen Messungen bei 5%.

Players at Table	Median Aggression				Players More Aggressive After		
	Big Win	Big Loss	Other	P-Value	Big Win	Big Loss	P-Value
heads-up	1.00	1.20	1.14	3.1×10^{-8}	47	181	9.8×10^{-20}
2	1.21	1.59	1.38	0.0026	12	28	0.017
3	1.39	1.28	1.31	0.249	11	22	0.080
4	1.38	1.54	1.49	0.796	41	34	0.489
5	1.19	1.25	1.21	0.131	71	79	0.568
6	1.06	1.20	1.16	0.013	85	117	0.035

Tabelle 13: Aggressivität nach Gewinnen und Verlusten im Vergleich

(Quelle: Smith et al., 2009, S. 28)

Experimentelle Studie⁸⁵: In dieser experimentellen Studie standen zwei Aspekte im Vordergrund, welche für den qualitativen Effekt der Break-Even Hypothese nähere Erklärungen liefern und am Beispiel des Pokers gemessen wurden.⁸⁶ Die Experimente wurden über das Internet durchgeführt und jeder Teilnehmer tat dies über seinen privaten Computer. Den Probanden wurden jeweils in Hinblick auf den Sinn der Experimente Szenarien dargestellt, worauf sie dann entweder eine Frage beantworten oder ein Urteil über das weitere Vorgehen abgeben mussten.

Als unabhängige Variable wurde in den Messungen jeweils ein Erfahrungs- bzw. Skill-Level genutzt, welches sich durch eine Beantwortung eines Fragebogens anhand einfacher demographischer Daten ermitteln ließ. Die Teilnehmer dokumentierten zudem jeweils ihre Gewohnheiten des Pokerspielens (sowohl online als auch real) und ihre präferierten Eintrittsgebühren. Hierdurch sollten Erfahrungseffekte sichtbar werden, sodass zwischen erfahrenen und nicht erfahrenen a-priori differenziert wurde.

⁸⁵ Looijmans et al. (2008), S. 1-8.

⁸⁶ Der Framing Effekt soll nicht weiter behandelt werden.

Die abhängigen Variablen waren in zwei separaten Experimenten zum einen der Grad der Verzerrung bei der Einschätzung der eigenen Gewinnwahrscheinlichkeiten und zum anderen sollte der Sunk-Cost Effekt getestet werden. Es wurde erwartet, dass beide Effekte mit steigendem Grad der Erfahrung abnehmen, was bedeutet, dass erfahrene Spieler die eigene Gewinnwahrscheinlichkeit besser einschätzen und sich weniger von versunkenen Kosten beeinflussen lassen. Insgesamt sollte die weniger verzerrte und rationalere Spielweise eines erfahrenen Spielers nachgewiesen werden.

Im ersten Fall wurde dem Teilnehmer ein Szenario präsentiert, in der er perfekte Information über das bisherige Spielgeschehen besitzt und hinterher seine Gewinnwahrscheinlichkeit abschätzen sollte. Die Schätzung erfolgte auf einer 10-Punkte Skala (1 = sehr niedrig und 10 = sehr hoch) und hinterher sollte eine exakte Gewinnwahrscheinlichkeit geschätzt werden, wobei die erste Schätzung einen Richtwert darstellte.



Abbildung 24: Szenario für die Schätzung der Gewinnwahrscheinlichkeit

(Quelle: Looijmans et al., 2008, S.4); Teilnehmer = Spieler 1

In der zweiten Messung stand der Sunk-Cost Effekt im Vordergrund, wobei dem Teilnehmer wieder ein Szenario vorgestellt wurde, in der er das weitere Vorgehen anhand dreier Optionen wählen sollte. Im Szenario setzt der Gegner

und der Spieler bzw. Teilnehmer hat die Möglichkeit auszusteigen oder mitzugehen, wobei ein Call auf Basis der Pot-Odds keinen Sinn machen würde. Die erste Option ist ein Call mit der absichtlich trügerischen Begründung auf Basis der Pot-Odds. Die zweite Option ist ein Call mit der Begründung, dass man schon relativ viel in den Pot investiert hat. Diese subjektive Denkweise würde dem Sunk-Cost Effekt entsprechen. In der letzten Option würde sich der Spieler entschließen auszusteigen und die Investitionen zu stoppen (optimale Wahl).



Abbildung 25: Szenario für die Messung des Sunk-Cost Effektes

(Quelle: Looijmans et al., 2008, S. 5); Teilnehmer = Spieler 1

Als Resultate lassen sich festhalten, dass die Prognosen über das Schätzverhalten der Teilnehmer bzgl. ihrer Gewinnwahrscheinlichkeit mit den Ergebnissen einher gehen, sodass ein Erfahrungseffekt evident ist. Die Schätzfehler der relativ erfahrenen Spieler sind kleiner als die der unerfahrenen Spieler. Zudem wird deutlich, dass unabhängig von der Erfahrung die Spieler Schätzfehler begehen, welche mit den Prognosen der Prospect Theory harmonieren. Die Spieler neigen dazu kleine Wahrscheinlichkeiten zu über- und große Wahrscheinlichkeiten zu unterschätzen. Das Resultat nimmt grafisch folgende Gestalt an:

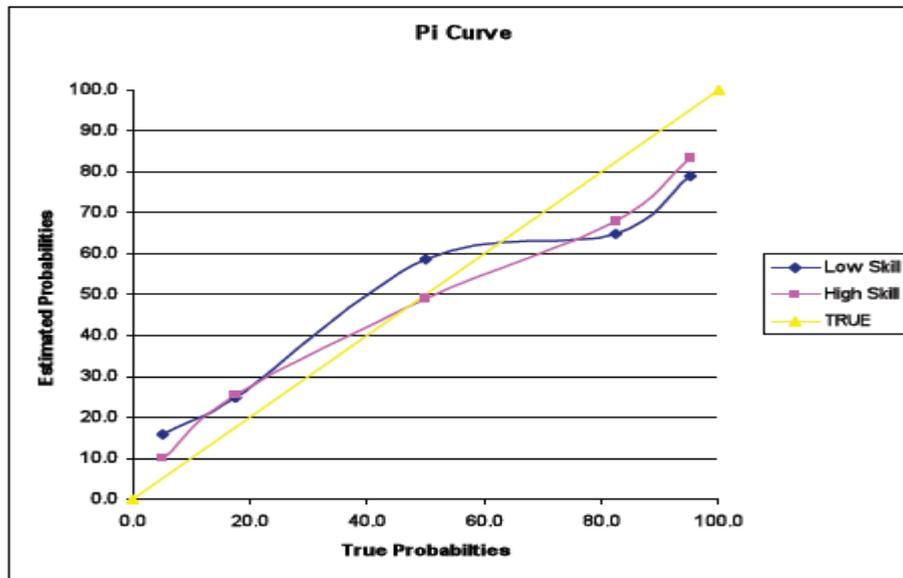


Abbildung 26: Verzerrungen der Gewinnwahrscheinlichkeiten im Experiment

(Quelle: Looijmans et al., 2008, S. 6).

Im Experiment zum Sunk-Cost Effekt wurde klar, dass unabhängig von der Erfahrung die Spieler dazu neigen, die zweite Option zu wählen und sich dadurch eine Bindung an vorherige Investitionen einzugestehen. Wohingegen wiederum deutlich wurde, dass der Anteil der erfahrenen Spieler an der optimalen Entscheidung den Anteil der unerfahrenen Spieler überbot. Hierdurch wird eine kleine Tendenz deutlich, dass der Effekt mit der Erfahrung abnimmt.

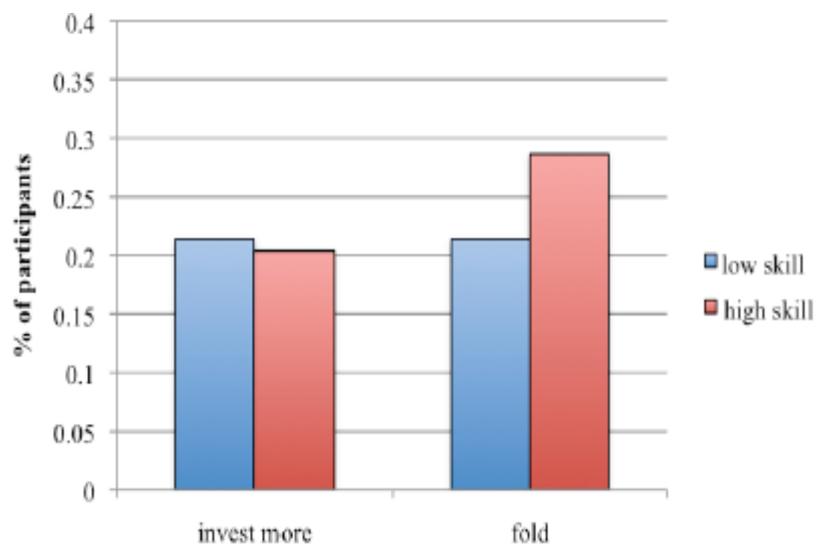


Abbildung 27: Ergebnisse des Sunk-Cost Szenarios im Vergleich

(Quelle: Looijmans et al., 2008, S.7)

5.1.3 Gamblers Fallacy und Hot-Hand Fallacy

Aus dem vorigen Teilkapitel wurden Verzerrungen in der Einschätzung der eigenen Gewinnwahrscheinlichkeit deutlich, besonders bei sehr kleinen und sehr großen Wahrscheinlichkeiten und dadurch mit den Erkenntnissen aus der Prospect Theory in Einklang. Die fehlerhafte Einschätzung durch den ET kann jedoch auch aus einer verzerrten Sichtweise des ET auf die stochastischen Eigenschaften eines Zufallsprozesses (Austeilung der Private und Community Cards) resultieren, gerade wenn er die Erwartungen künftiger Ausprägungen einer Zufallsvariablen auf Basis vergangener und beobachteter Realisationen bildet.

In diesem Zusammenhang gibt es zwei Effekte, welche jeweils eine Richtung hinsichtlich ihrer Erwartungsbildung haben, jedoch in der subjektiven Begründung nicht zwangsläufig konträr sind. Die Erwartungen hinsichtlich der Realisationen einer Zufallsvariable können den Spielstil im Poker derart verändern, so dass bspw. aggressiveres Spiel resultieren kann, wenn die Erwartungen an eine bestimmte Situation hoch sind. Die beiden Effekte lauten letztendlich Gamblers Fallacy und Hot-Hand Fallacy, wobei in beiden Fällen eine Fehlinterpretation der Glückskomponente eine wichtige Rolle spielt. Schließlich sollen beide Effekte empirisch geprüft werden.

Gamblers Fallacy: Im Allgemeinen stellt dieses Phänomen den Glauben eines ET an eine negative Autokorrelation von nicht-autokorrelierten Zufallsgrößen dar. Dies bedeutet, dass die Zufallsprozesse, welche die Größen oder Realisationen generieren, unabhängig voneinander (und ohne Gedächtnis) sind.⁸⁷ Eine objektive Gewinnwahrscheinlichkeit ist bspw. bei einem Münzwurf über alle Versuche gleich, wenn die Münze fair ist. Wohingegen die subjektive Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes Ereignis (Kopf oder Zahl) abnimmt, je öfter es in der jüngsten Vergangenheit aufgetreten ist, obwohl sich an den Eigenschaften der Münze nichts geändert hat. Hier haben die unmittelbar letzten Ereignisse den größten Einfluss auf die subjektive Wahrscheinlichkeit.⁸⁸

⁸⁷ Vgl. Croson & Sundali (2005), S. 196 f und Rabin & Vayanos (2009), S. 2f.

⁸⁸ Vgl. Rabin & Vayanos (2009), S. 6f und Dohmen et al. (2009), S. 7ff.

Wenn diese erwarteten Realisationen von Zufallsgrößen zudem noch mit Einkommen oder Pay-Offs (wie z.B. im Roulette) verbunden sind, wird der ET nicht nur von den vergangenen Realisationen, sondern primär von seinem erwarteten Einkommen beeinflusst. Dadurch führt er nur Alternativen durch, welche ihm gemäß seinen subjektiven Erwartungen keine Verluste bringen. Nach einer Serie von Gewinnen glauben Individuen daran, dass Verluste in der Zukunft immer wahrscheinlicher werden und umgekehrt für eine Serie von Verlusten. Die Erwartungen werden optimistischer oder pessimistischer je nach erfahrem Einkommen der Vorperioden. Dieses Verhaltensmuster wird besonders im Markt für staatliche Lotterien oder Pferderennen deutlich. Die Marktteilnehmer tendieren oft dazu, auf Zahlen im Lotto, welche in der jüngsten Vergangenheit Menschen zu großen Gewinnen verholfen haben, eher weniger zu setzen. Außerdem gilt dasselbe für Favoriten im Pferderennen, die in jüngster Vergangenheit eine Serie von Siegen eingefahren haben, obwohl sich die objektive Gewinnwahrscheinlichkeit nicht geändert hat.⁸⁹

Der Hauptgrund für die Fehleinschätzung der Wahrscheinlichkeiten liegt darin, dass Menschen kleine Stichproben einer Zufallsvariablen hinsichtlich ihres Erklärungsgehaltes über die wahren Eigenschaften überschätzen, welche ansonsten nur in unendlich großen Stichproben evident werden. Die Individuen machen Beobachtungen und richten ihre Erwartungen auf Basis der Beobachtungen aus. Wenn die Beobachtungen nicht mit den Erwartungen korrelieren, erwarten die Individuen, dass sich diese Divergenz selbst in kleinen Stichproben in naher Zukunft aufhebt bzw. es sich von selbst korrigiert („Gesetz der kleinen Zahlen“). Selbst bei einer kleinen Stichprobe wird demnach erwartet, dass sie irgendwann ausbalanciert ist.⁹⁰

Hot- Hand Fallacy: Im Gegensatz zu Gamblers Fallacy beschreibt dieses Phänomen den Glauben eines ET an eine positive Autokorrelation von nicht-autokorrelierten Zufallsgrößen. Dies bedeutet, dass der ET erwartet, dass sich bestimmte Serien aus der Vergangenheit immer weiter fortsetzen und damit eine gewisse Persistenz aufweisen.⁹¹

⁸⁹ Vgl. Croson & Sundali (2005), S. 196 f. und Dohmen et al. (2009), S. 11ff.

⁹⁰ Vgl. Tversky & Kahnemann (1974), S. 1125 f und Dohmen et al. (2009), S. 1f.

⁹¹ Vgl. Rabin & Vayanos (2009), S. 1f.

Dies liegt jedoch nicht nur daran, dass die statistischen Eigenschaften einer Zufallsgröße in einer kleinen Stichprobe fehlinterpretiert werden, sondern eher an einer Unterschätzung der Glückskomponente sowie eine Überschätzung der eigenen Einflussnahme auf den Spielausgang an sich. Wenn man nun die erwarteten Realisationen an bestimmte Einkommen knüpft, wird deutlich, dass Individuen nach einer Serie von Siegen oder Gewinnen (Hot Streak) glauben, dass sich die Serien fortsetzen und optimistischer agieren. Bei einer Serie von Verlusten (Cold Streak) gilt dasselbe Prinzip, sodass sich Individuen als Folge passiver verhalten als nach einer Siegesserie.⁹²

Die Begründung für diese Verhaltensweise liegt primär in der Unterschätzung der Glückskomponente und der Überschätzung des Grades der eigenen Einflussnahme auf das Spiel durch den ET. Die Individuen hegen in diesem Fall den Irrglauben die Kontrolle über den Ausgang eines Spiels zu haben, welches signifikant von Zufallsfaktoren determiniert wird (Illusion of Control). Eine Person glaubt bspw. nicht nur, dass sie den Spielausgang signifikant beeinflussen kann, sondern ferner, dass sie immer die richtige Entscheidung wählt und daher "heiß" ist. Daher resultiert eine gewisse Selbstüberschätzung, welche durch Gewinne gefördert und gefestigt wird.⁹³

Ein ET schätzt in diesem Kontext seine eigenen Stärken und Fähigkeiten anhand seiner Gewinne und Verluste in der Vergangenheit ein, womit sein Selbstvertrauen mit seinem erzielten Einkommen steht und fällt. Ein Gewinn bestätigt den Spieler und festigt sein Selbstvertrauen bzgl. seiner Fähigkeiten, wohingegen ein Verlust den Spieler entmutigt und ihn dazu verleitet, seine Fähigkeiten oder Strategien zu hinterfragen. Je geringer das Selbstvertrauen ist, desto ängstlicher agiert der ET, da er seine Strategie mit einer gewissen Skepsis umsetzt. Bei hohem Selbstvertrauen handelt der ET aggressiver, da er großes Vertrauen in seine Fähigkeiten hat. Kommt es dennoch zu einem Verlust, neigen Individuen dazu, es mit Pech zu begründen (negatives Glück). Im Gegensatz zu Gewinnen, welche ebenfalls zum Zweck der Selbstprofilierung oft auf besondere eigene Fähigkeiten zurückgeführt werden.⁹⁴

⁹² Vgl. Croson & Sundali (2005), S. 197 ff.

⁹³ Vgl. Park & Pinto (2007), S. 15f und Croson & Sundali (2005), S. 207f.

⁹⁴ Vgl. Smith et al. (2009), S. 2.

Für den Fall des Pokers ergibt sich bzgl. der beiden Effekte eine gewisse Relevanz, da Spieler oft Realisationen der Zufallsgrößen (Community Cards, Private Cards) im Gedächtnis behalten und auf deren Basis subjektive Erwartungen bilden. Zudem kann es der Fall sein, dass ein Spieler nach einer Reihe oder Serie von Siegen immer mehr glaubt, dass ihn das Glück bald "verlässt" oder eine Reihe ähnlicher Situationen nicht immer gut für ihn ausgehen (Bsp.: Treffen des Flops wenn man ein Ass hält oder Vollendung von Flush- oder Straight Draws). Das Gegenteil gilt für eine Serie von Verlusten, welche man bspw. in einem Showdown als Favorit erleiden musste. In beiden Fällen wäre eine Erwartung der Ausbalancierung des Glückes seitens des Spielers denkbar.

Auf der anderen Seite erweisen sich die psychologischen Übertragungseffekte, welche von dem erzielten Einkommen auf das Selbstvertrauen ausgehen, für den Fall des Pokers als sehr realistisch. Bezogen auf eine Serie von Einkommen, bedeutet dies, dass sich das Selbstvertrauen langsam auf- und abbaut und damit der Spielstil des Spielers. Als großes Problem stellt sich hierbei die ungenügende Kritikfähigkeit oder Selbstreflektion der Spieler heraus, sodass man nur langsam aus Verlusten "lernt", da es anfangs nur als Pech wahrgenommen wurde.

Empirische Studie⁹⁵: In dieser empirischen Studie wurde exakt genauso verfahren wie in der bereits vorgestellten Studie aus Kapitel 5.1.2 mit dem Unterschied, dass zum Zweck der untersuchten Effekte die relevanten Daten der Spieler anders selektiert wurden. In der vorigen empirischen Studie wurde der Effekt eines einzelnen Events untersucht, wohingegen in der jetzigen Studie der Effekt einer Serie von gleichen Einkommen auf das Risikoverhalten des Spielers im Fokus steht. Es wurden nun Spieler während der nächsten 12 Hände beobachtet, welche zuvor einen kumulativen Gewinn oder Verlust von 1000 \$ erfahren haben anstatt eines einzelnen Pay-Offs. In diesem Kontext wurde ebenfalls die Stärke der unterschiedlichen Effekte gemessen und verglichen ob ein kumulativer Gewinn/Verlust einen größeren Einfluss hat als eines einzelnen Events.

⁹⁵ Smith et al. (2009), S. 15-34.

Zuerst wurde der prozentuale Anteil gespielter Hände (“looseness“) nach einer kumulativen Ein- oder Auszahlung von 1000 \$ gemessen und festgestellt, dass Spieler nach einem kumulativen Verlust eher lockerer oder riskanter spielen als nach einem kumulativen Gewinn (signifikant für Heads-Up; 4, 5 und 6 Spieler am 6-Spieler Tisch). Ebenfalls spielen absolut gesehen mehr Spieler riskanter nach einem kumulativen Verlust (signifikant für Heads-Up; 4-6 Spieler am 6-Spieler Tisch). Ferner wird deutlich, dass am vollen 6-Spieler Tisch jedoch relativ gesehen mehr Spieler nach einem einzelnen Verlust “loose“ spielen als nach einem kumulativen Verlust (67% vs. 58%; beides signifikant). Hiermit wird impliziert, dass ein einzelner Verlust mehr im Gedächtnis verharnt und das Verhalten beeinflusst als eine Serie von Verlusten gleichen Betrages.

Players at Table	Median Looseness				Players Looser After		
	Big Win	Big Loss	Other	Wilcoxon P	Big Win	Big Loss	Binomial P
heads-up	50.50	51.12	50.00	6.0×10^{-7}	143	240	8.0×10^{-7}
2	46.58	46.57	45.33	0.274	41	48	0.525
3	34.13	35.25	33.33	0.079	35	50	0.128
4	27.84	28.24	27.73	0.012	59	88	0.021
5	25.16	25.71	25.00	0.022	116	165	0.005
6	23.88	24.29	23.43	0.005	146	202	0.004

Tabelle 14: “Looseness“ nach kumulativen Gewinnen und Verlusten

(Quelle: Smith et al., 2009, S. 29)

Wenn man die Aggressivität auf kumulierter Ebene betrachtet, ergeben sich qualitativ ebenfalls ähnliche Ergebnisse wie bei der Betrachtung des Einflusses einzelner Events. Auch hier verhalten sich die Spieler nach einem kumulativen Verlust aggressiver als nach einem kumulativen Gewinn (signifikant im Heads-Up; voller Tisch am 6-Spieler Tisch). Absolut gesehen agieren ebenfalls mehr Spieler aggressiver nach einem kumulativen Verlust als nach einem Gewinn, wobei dies nur im Heads-Up signifikant ist. Für den Fall der Aggressivität im Heads-Up gilt ebenfalls, dass relativ gesehen mehr Spieler nach einem

einzelnen Verlust aggressiver spielen als nach einem kumulativen Verlust gleichen Betrages (79,4 % vs. 71,0 %; beides signifikant).

Players at Table	Median Aggression				Players More Aggressive After		
	Big Win	Big Loss	Other	P-Value	Big Win	Big Loss	P-Value
heads-up	1.00	1.11	0.86	1.0×10^{-12}	111	272	6.2×10^{-17}
2	1.22	1.30	1.12	0.056	38	51	0.203
3	1.45	1.45	1.00	0.815	41	44	0.828
4	1.38	1.44	1.26	0.943	71	76	0.742
5	1.19	1.17	1.19	0.544	126	155	0.108
6	1.00	1.10	1.09	0.015	157	192	0.069

Tabelle 15: Aggressivität nach kumulierten Gewinnen und Verlusten

(Quelle: Smith et al., 2009, S.30)

Abschließend wurde ein Vergleich zwischen einzelnen Pay-Offs und kumulativen Pay-Offs gezogen und außerdem noch die Größe des Pay-Offs variiert. Hierzu wurde als Messvariable der relative Anteil der Spieler herangezogen, welche nach einem Verlust mehr “Looseness“ gezeigt haben als nach einem Gewinn. Zuerst lässt sich festhalten, dass in allen Bedingungen dieser Anteil $> 0,5$ war, was bedeutet, dass in dieser Stichprobe riskanteres Spiel nach einem Verlust signifikant ist, was eine Relevanz der Break-Even Hypothese und Gamblers Fallacy impliziert. Desweiteren fällt auf, dass ein einzelner Verlust einen größeren Einfluss hat als eine Serie von Verlusten, was Gamblers Fallacy abschwächt und der Break-Even Hypothese mehr Erklärungsgehalt zugesteht. Zudem ist festzustellen, dass die “Looseness“ in allen Bedingungen zunimmt, je höher der Verlust ist. Schließlich fällt auf, dass auf kumulativer Betrachtungsebene die Spieler im Heads-Up vergleichsweise mehr “loose“ spielen als auf einzelner Ebene. Die Spieler tendieren immer

dazu im Heads-Up riskanter zu spielen⁹⁶, jedoch sind die Abstände auf kumulativer Ebene größer.

Win/Loss	Single Win/Loss		Cumulative Win/Loss	
	6-player Table	Heads Up	6-player Table	Heads Up
\$250	0.629	0.615	0.560	0.592
\$500	0.633	0.642	0.579	0.613
\$1000	0.661	0.675	0.582	0.627

Tabelle 16: Anteil der Spieler mit riskanterem Spiel nach einem Verlust

(Quelle: Smith et al., 2009, S. 31)

5.2 Risk Taking in Turnieren

In diesem Teilkapitel soll das Risikoverhalten eines Spielers untersucht werden, wenn er unter Wettbewerbsbedingungen in einem dynamischen Umfeld mit Gegnern um einen Turniersieg spielt. Hierdurch ergeben sich besondere Bedingungen, unter welchen der Spieler riskanter oder weniger riskant spielt.

Nachfolgend wird eine knappe Darstellung der Turniertheorie präsentiert, mit dem Ziel die relevanten Eigenschaften eines Turniers herauszufiltern. Hinterher wird ein Risk Taking Modell vorgestellt, das sich speziell auf den (relativ einfachen) Fall des Pokers bezieht. Das Teilkapitel schließt mit einer Anwendung und empirischer Untersuchung auf professionelle Pokerturniere ab.

5.2.1 Turniertheorie und Risk Taking

In der klassischen Turniertheorie bewerben sich mehrere Spieler um einen Siegerpreis w_1 und vollziehen diese Bewerbung mittels eines bestimmten

⁹⁶ Bis auf eine Ausnahme: nach einem einzelnen Verlust von 250 \$.

Outputs, welchen sie wesentlich mit der Wahl einer optimalen Anstrengung zusätzlich einer Glückskomponente erzielen. In diesem Zusammenhang ist es wichtig zu erwähnen, dass in einem Turnier die ordinale Rangfolge zwischen den Outputs der Spielern zählt und daher die absoluten Outputs weitaus weniger wichtig sind. Ein Spieler gewinnt w_1 , wenn er gerade besser als seine Gegner ist.⁹⁷

Eine zweite wichtige Eigenschaft eines Turniers ist außerdem die Preisstruktur, welche einen konvexen Verlauf annimmt. Die Preise sind generell abhängig von der Endplatzierung und daher gilt für Platzierungen $j < k$ $w_j > w_k$, was bedeutet, dass der Preis im Rang des Endklassements steigt. Ein konvexer Verlauf bedeutet in diesem Kontext, dass die zusätzliche Entlohnung bei Verbesserung um einen Rang nicht um einen konstanten Faktor, sondern überproportional zunimmt.⁹⁸ Für einen Rang i mit $k > i > j$ gilt bspw., dass $(w_j - w_i) > (w_i - w_k)$.

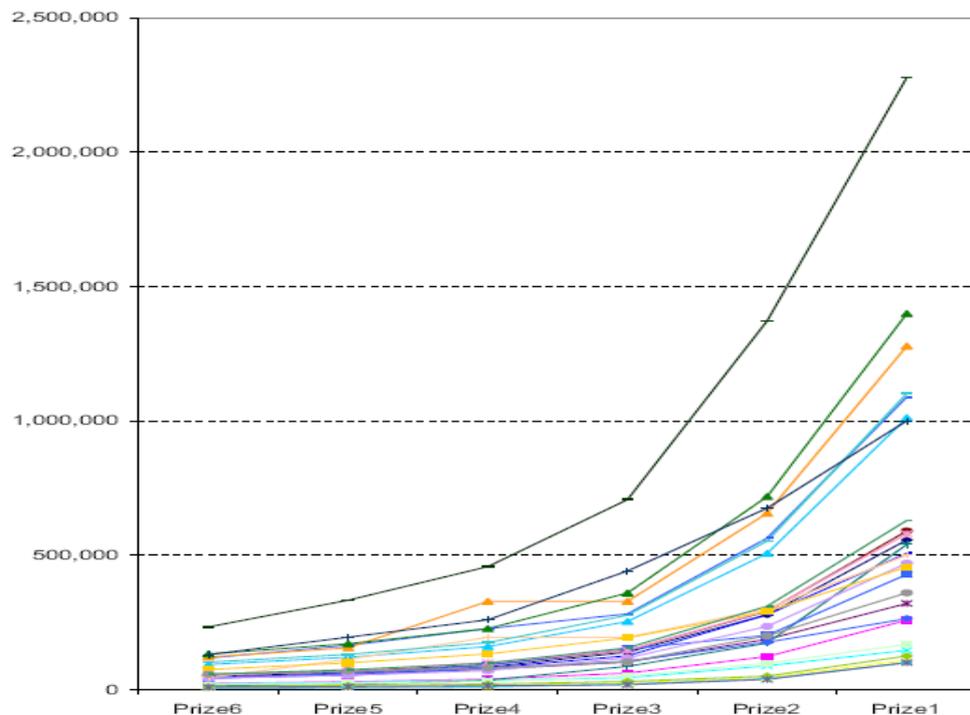


Abbildung 28: Konvexe Preisstrukturen

(Quelle: Lee, 2004, S. 21)

⁹⁷ Vgl. Eriksson et al. (2006), S. 7.

⁹⁸ Vgl. Rosen (1986), S. 702.

Die Entscheidungsphase eines Spielers wurde schließlich derart erweitert, dass er sich ebenso auf eine bestimmte Strategie in einem Turnier festlegt, bevor er seine optimale Anstrengung wählt. Diese Strategie kann entweder riskant oder sicher sein, d.h. entweder nimmt der Spieler eine gewisse Streuung oder gar keine Streuung des Einkommens durch die Wahl seiner Strategie in Kauf.⁹⁹

Für den Fall des Pokers ergibt sich für das Risikoverhalten eine bestimmte Anwendung oder Umsetzung der Strategie. Ein Spieler wählt eine riskante Strategie, indem er seine optimale Strategie riskanter umsetzt und aggressiver bzw. mehr "loose" spielt. Eine sichere Strategie wäre hingegen eine stark konservative Umsetzung seiner Strategie, wobei er kaum setzt und nur wenige (sehr starke) Hände spielt. Jedoch ist bei Wahl der sicheren Strategie im Gegensatz zu den Modellen aus der Turniertheorie eine Isolation der Glückskomponente nicht möglich, da sie immer ein wesentlicher Teil des Pokers sein wird.

Die Performance eines Spielers in einem Pokerturnier hängt im Wesentlichen von seinem Stack ab, welcher die Bemessungsgrundlage für den Rang eines Spielers in einem Turnier bildet. Für Spieler i sei der Stack in einem Turnier c_i und der Index i ebenso den aktuellen Rang des Spielers bezeichnen. Der Ausgang des Turniers bzw. die Endplatzierung hängt wesentlich von c_i ab, sodass für die Wahrscheinlichkeit einen bestimmten Rang zu belegen von c_i abhängt. Daraus folgt mit $P_j(c_i)$ die subjektive Wahrscheinlichkeit, dass Spieler i mit Stack c_i am Ende den Platz j belegt. Es wurde sich zudem auf Short-handed Tische beschränkt, sodass gilt $j = 1, 2, \dots, 6$.

Die wesentliche (und leicht vereinfachte) Entscheidung des Spielers i ist entweder einen Betrag x mitzugehen oder auszusteigen. Falls er (und $n - 1$ Spieler) mitgeht und gewinnt, so steigt sein Stack um $(n - 1) x$. Im Falle einer Niederlage verliert er x . Die subjektive Wahrscheinlichkeit Rang j zu belegen verändert sich nun zu $P_j(c_i + (n - 1) x)$ bzw. $P_j(c_i - x)$.¹⁰⁰ Die gewichtete Wahrscheinlichkeits- Verteilungsfunktion sei $P_j(c_i, x)$ mit $P_j(c_i, x) \geq P_j(c_i)$, was impliziert, dass vermehrtes Setzen oder Risk Taking zumindest die Wahrscheinlichkeit erhöht seine Platzierung zu verbessern. Wenn $U(\dots)$ den

⁹⁹ Vgl. Nieken & Sliwka (2008), S. 4f und Lee (2004), S. 1f.

¹⁰⁰ Diese Wahrscheinlichkeiten werden zusätzlich noch mit der subjektiven Gewinnwahrscheinlichkeit gewichtet, es wird aber vernachlässigt, da an den qualitativen Ergebnissen nix geändert wird.

Nutzen des Spielers bei Erhalt eines Preises bezeichnet, so folgt für seine Partizipationsbedingung:

$$\sum_{j=1}^6 P_j(c_i, x)U(w_j) \geq \sum_{j=1}^6 P_j(c_i)U(w_j) \quad (39)$$

welche sich umformen lässt zu:

$$\sum_{j \neq i} \frac{P_j(c_i, x) - P_j(c_i)}{\sum_{k \neq i} (P_k(c_i, x) - P_k(c_i))} U(w_j) \geq U(w_i) \quad (40)$$

oder

$$\sum_{j < i} \frac{P_j(c_i, x) - P_j(c_i)}{\sum_{k \neq i} (P_k(c_i, x) - P_k(c_i))} U(w_i + g_{ij}) + \sum_{j > i} \frac{P_j(c_i, x) - P_j(c_i)}{\sum_{k \neq i} (P_k(c_i, x) - P_k(c_i))} U(w_i + l_{ij}) \geq U(w_i) \quad (41)$$

Die Partizipationsbedingung des Spielers i vergleicht den Erwartungsnutzen aus der Teilnahme am Spiel mit möglichen Gewinnen oder Verlusten mit dem Erwartungsnutzen aus der Nicht-Teilnahme. Der Erwartungsnutzen gewichtet jeweils den Nutzen aus der Verbesserung und Verschlechterung um einen Rang über alle Ränge mit der jeweiligen Wahrscheinlichkeit. Der zusätzliche Gewinn g_{ij} bezeichnet den Gewinn bei Verbesserung um einen Rang von Platz i zu Platz j , analog gilt dies für einen Verlust l_{ij} wenn man sich von Platz i auf j verschlechtert. Aufgrund der Konvexität der Preisstruktur sind die marginalen Gewinne und Verluste bei Verbesserung um einen Rang nicht für alle Ränge gleich, sondern abhängig von dem aktuellen Rang des Spielers. Eine Verschlechterung von Platz 1 auf Platz 2 generiert einen größeren Verlust als es zwischen Platz 5 und 6 der Fall wäre. Zudem sind über alle Ränge die Gewinne einer Rangverbesserung größer als die Verluste einer Verschlechterung.

Aus der Partizipationsbedingung des Spielers lassen sich außerdem weitere Rückschlüsse auf das Risikoverhalten des Spielers schließen, wenn man die Gleichungen (40) bzw. (41) betrachtet. Der Spieler ist demnach bereit mehr zu riskieren oder zu spielen, wenn der marginale Lohn einer Rangverbesserung g_{ij} steigt, wohingegen er steigenden marginalen Verlusten einer

Rangverschlechterung l_{ij} es immer mehr vorzieht weniger riskant bzw. gar nicht zu spielen.

Im Falle der Spieler die sich hinsichtlich ihres Ranges am Rand bewegen lassen diese Tatsachen Implikationen zu. Für den führenden Spieler ($i = 1$) lohnt es demnach gar nicht zu spielen und zu riskieren, weil sein Gewinn bei einer Rangverbesserung 0 beträgt, da er sich nicht mehr verbessern kann. Die führenden Spieler spielen demnach eher passiv, besonders wenn die subjektive Wahrscheinlichkeit einer Rangverschlechterung sehr hoch ist. Dies wäre dann der Fall, wenn sein nächster Verfolger sehr dicht an ihm dran ist und er nur einen kleinen Vorsprung hat. Bei einem großen Vorsprung auf den nächsten Verfolger wäre das Gegenteil denkbar, sodass der sog. *Chip-Leader* riskanter spielt, da selbst ein Verlust seine Führung nicht gefährdet.

Für den letztplatzierten Spieler (Small Stack, $i = 6$) gilt hingegen genau das Gegenteil, da er keine Verluste aufgrund einer Rangverschlechterung zu befürchten hat und demnach sehr riskant bzw. viel Hände spielen kann. Auch in diesem Fall steigen die Anreize zu mehr Risiko, wenn die subjektiven Chancen einer Rangverbesserung steigen, was der Fall wäre, wenn der nächste Spieler ($i = 5$) nur einen kleinen Vorsprung in seinen Chips hat.¹⁰¹

5.2.2 Applikation auf professionelle Pokerturniere¹⁰²

Das obige Modell für Risk Taking im Poker mit seinen Implikationen soll nun auf empirischer Ebene überprüft werden. Die Datengrundlage für diese Analyse stellen unterschiedliche Spieler im Zeitraum 2002-2004 dar, welche an offiziellen Turnieren der *World Poker Tour* teilgenommen haben und es dort bis unter die letzten Sechs am Finaltisch geschafft haben. Es wurde sich zudem auf eine Videoanalyse der jeweiligen Events beschränkt.

Schließlich belief sich die Zahl der Turniere in diesem Zeitraum auf 27 und für die Turniere wurden die relevanten Daten wie die Preisstruktur, die Spieler sowie deren anfängliche Stacks am Finaltisch und deren Endplatzierung dokumentiert. Um dem Modell aus 5.2.1 gerecht zu werden, wurde das Risikoverhalten der Spieler am Finaltisch beobachtet, sobald nur noch 6 Spieler am Tisch (bzw. im Turnier) waren.

¹⁰¹ Vgl. Lee (2004), S. 3ff.

¹⁰² Vgl. Lee (2004), S. 5-20.

Die Preisstruktur variierte zwischen den Turnieren, es stellte sich jedoch eine typisch konvexe Struktur heraus. Der Siegerpreis macht im Mittel die Hälfte und die Preise der ersten Drei ca. 81 % des gesamten Preispools aus. Im Vergleich zum Siegerpreis für Platz 6 ist der erste Preis 11-mal und der zweite Preis 5,4-mal größer.

	Mean	Median	SD	Min	Max
First Prize (w_1)	606,151	500,000	502,048	100,000	2,278,356
Second Prize (w_2)	323,795	278,240	291,146	38,000	1,372,223
Third Prize (w_3)	172,622	139,120	153,198	18,000	706,903
Fourth Prize (w_4)	118,725	83,472	106,854	10,000	457,406
Fifth Prize (w_5)	82,953	62,604	73,105	7,000	332,660
Last Prize (w_6)	60,889	46,715	51,645	6,000	232,862
Total Prize	1,365,135	1,091,430	1,165,011	183,000	5,380,410

Tabelle 17: Preisstruktur der untersuchten Turniere

(Quelle: Lee, 2004, S.14); alle Werte in US-\$

Empirisches Modell: Das Risikoverhalten der letzten sechs Spieler stand im Vordergrund der Analyse und im einleitenden Modell wurde Risk Taking als mehr frequentiertes Setzen oder generell Aktivität eines Spielers am Tisch definiert. Durch eine hohe Aktivität am Tisch hat ein Spieler eine hohe Variation in seinem Stack, was auf durchaus ein Indikator für riskantes Spiel sein kann. Es wurde bspw. angenommen, dass die Small Stacks riskanter spielen als die anderen Spieler, da sie keine Verluste durch eine Rangverschlechterung zu befürchten haben. Diese Annahme gewinnt an empirischer Relevanz, wenn man Tabelle 18 in Betracht zieht, welche im Mittelfeld rangierte Spieler mit den letztplatzierten Spielern vergleicht. Die Small Stacks haben eine doppelt so hohe prozentuale Variation in ihren Stacks als die im Mittelfeld rangierten Spieler. Obwohl ihre Stacks fast 2,5-mal kleiner sind, ist ihre absolute Variation nicht signifikant kleiner.

	Variable	Mean	SD	Min	Max
Middle-Ranked Players (N = 286)					
Absolute Variation in Chips	Δc	62,235	92,881	0	798,000
Current Chips	c_{n-1}	242,760	204,839	26,000	1,239,000
Percentage Variation in Chips	$\% \Delta c$	30.0%	33.3%	0%	173.1%
Chip Spread from Nearest Leader	$\sigma^-(c)$	156,997	226,275	0	1,813,000
Chip Spread from Nearest Follower	$\sigma^+(c)$	73,200	79,653	0	511,000
Gain in Prize by One-Rank Change	g	100,192	101,059	3,000	505,261
Loss in Prize by One-Rank Change	l	47,108	48,455	1,000	253,312
Bottom-Ranked Players (N = 106)					
Absolute Variation in Chips	Δc	60,890	79,607	0	391,000
Current Chips	c_{n-1}	111,716	107,271	5,000	666,000
Percentage Variation in Chips	$\% \Delta c$	60.3	55.2	0	246.9
Chip Spread from Nearest Leader	$\sigma^-(c)$	65,829	72,081	500	371,000
Chip Spread from Nearest Follower	$\sigma^+(c)$	-	-	-	-
Gain in Prize by One-Rank Change	g	27,022	31,464	1,000	153,135
Loss in Prize by One-Rank Change	l	0	0	0	0

Tabelle 18: Wesentliche Statistiken für die empirische Analyse

(Quelle: Lee, 2004, S.15); alle absoluten Werte in US-\$

Als Maß für das individuelle Risikoverhalten wurde die Variation in den Chips der einzelnen Spieler gewählt. Da es sich um eine Videoanalyse handelte, gab es das Problem, dass die Zwischenstände der Chips für Dritte erstens nicht jederzeit verfügbar waren und zweitens nur nach großen Veränderungen in den Chip-Stacks oder im Ranking eingeblendet wurden, um die Spannung beim Zuschauer aufrecht zu erhalten (Broadcasting Bias). Die Daten unterlagen damit gewissen Verzerrungen und waren nicht stetig verfügbar. Ferner wurde sich bei der weiteren Analyse nur auf die Spieler im Mittelfeld (Rang 2-5) konzentriert und sobald nur noch zwei Spieler im Turnier waren, wurde die Datenbeschaffung beendet.

Als abhängige Variable wurde die Variation der einzelnen Chip-Stacks der Spieler gewählt und wird nachfolgend als Δc_{ink} bezeichnet. Es wurde sich demnach auf die Veränderungen der Chips des Spielers auf Rang i in der n -ten

Einblendung im k -ten Turnier konzentriert. Da es sich um eine Veränderung handelt, wurde die Differenz des Chip-Stacks in der n -ten und $(n - 1)$ -ten Einblendung der Stacks im k -ten Turnier gebildet und hinterher der Betrag der Differenz verwendet, sodass $\Delta c_{ink} = |c_{i,n,k} - c_{i,n-1,k}|$.

Zur Menge der unabhängigen Variablen gehören die erwarteten Einkommen aus einer Rangveränderung, d.h. Gewinne durch Rangverbesserung und Verluste durch Rangverschlechterung jeweils um einen Rang. Der erste Fall soll als $g_i = (w_{i-1} - w_i)$ und der zweite Fall als $l_i = (w_i - w_{i+1})$ bezeichnet werden. Es wird erwartet, dass höhere Gewinne durch Rangverbesserung mehr Risiko und höhere Verluste durch Rangverschlechterung weniger Risiko beim Spieler induzieren, was Verlustaversion impliziert. Dementsprechend richten sich die Erwartungen an die Koeffizienten.

Ebenso sind die Abstände zwischen den Stacks der Spieler ein Einflussfaktor für das Risikoverhalten der Spieler. In diesem Kontext ist es relevant, wie hoch der Vorsprung des nächst führenden Spielers (auf Rang $i - 1$) auf den Spieler auf Rang i und wie hoch der eigene Vorsprung auf den nächsten Verfolger (auf Rang $i+1$) ist. Der erste Fall sei konkret mit $\sigma^-(c_{ink}) = (c_{i-1} - c_i)$ und der zweite Fall mit $\sigma^+(c_{ink}) = (c_i - c_{i+1})$ bezeichnet. Es wird erwartet, dass sich sowohl ein großer Rückstand auf den nächst besser rangierten Spieler als auch ein großer Vorsprung auf den nächsten Verfolger positiv auf das Risikoverhalten der Spieler auswirkt. Die Intuition liegt darin, dass die aktuelle Position relativ sicher ist, wenn man einen großen Vorsprung hat und daher Risk Taking attraktiver wird. Im Falle eines großen Rückstandes steigt der Anreiz riskanter zu spielen, da mit geduldigem und relativ konservativem Spiel die Aussichten auf einen höheren Rang nicht unbedingt steigen. Um den Rückstand zu verkleinern werden dann mehr Hände gespielt, was bei einem kleinen Rückstand nicht der Fall ist. Hier setzt der Spieler seine relativ aussichtsreiche Position nicht leichtfertig aufs Spiel und wartet lieber auf eine gute Chance.

Schließlich wurde eine andere unabhängige Variable in das empirische Modell aufgenommen, welche einen Vektor aus Konstanten und Kontrollvariablen darstellt und als X_{ink} bezeichnet wird. X_{ink} beinhaltet $c_{i,n-1,k}$, n , N_k und w_{nk} . Die beiden letzten Terme stellen zum einen die Gesamtzahl der Einblendungen der Stacks in einem Turnier k dar (N_k) und zum anderen den Mindestpreis bei

der n-ten Einblendung im Turnier k (w_{nk}) dar, was den Preis bezeichnet, der dem aktuell letztplatzierten Spieler zusteht.

Die für die Schätzung relevante Gleichung lautet schließlich:

$$\Delta c_{ink} = \alpha_1 g_{ink} + \alpha_2 l_{ink} + \beta_1 \sigma^-(c_{ink}) + \beta_2 \sigma^+(c_{ink}) + \gamma X_{ink} + \varepsilon_{ink} \quad (42).$$

Resultate: Die empirische Analyse vollzog sich aus der Sicht der im Mittelfeld rangierten Spieler und wurde über fünf verschiedene Schätzgleichungen vollzogen (Spalten (1) – (5) in Tabelle 19), wobei nur jeweils die Menge erklärender Variablen erweitert wurde. Die Gleichung (42) bezieht sich auf die Spalte (4) in Tabelle 19.

Wie erwartet haben die Gewinne durch Rangverbesserung und Verluste durch Rangverschlechterung einen unterschiedlichen Einfluss auf das Risikoverhalten des Spielers, sowohl in der Stärke als auch in der Richtung. Steigende g_{ink} haben einen positiven Einfluss auf das Risikoverhalten des Spielers, was sich in mehr Variation seines Stacks äußert. Im Gegensatz dazu haben steigende Verluste durch Rangverschlechterung einen hemmenden Effekt auf die Partizipation des Spielers. Zudem ist dieser gegenläufige Effekt stärker, sodass $|\alpha_1| < |\alpha_2|$ gilt und Verlustaversion impliziert. Steigende Verluste haben einen hemmenden Effekt, welcher durch einen steigenden Gewinn gleichen Betrages nicht kompensiert werden kann.

Die Rolle der Abstände der Stacks zwischen den Spielern sollte durch den Vorsprung bzw. Rückstand auf den nächst rangierten Spielern verdeutlicht werden. In diesem Fall erwies sich nur der Rückstand auf den nächst rangierten Spieler als signifikant, ausgedrückt durch $\sigma^-(c_{ink}) = (c_{i-1} - c_i)$. Ein Vorsprung wirkt hingegen nicht fördernd für riskanteres Spiel, was bedeutet, dass Spieler nicht unbedingt leichtfertig mit ihren Stack umgehen, nur weil sie einen großen Vorsprung auf den nächsten Verfolger haben. Im Gegensatz dazu agieren Spieler mehr "loose", wenn sie einen großen Rückstand auf den nächst besser platzierten Spieler haben.

Der Mindestpreis, d.h. der Preis der dem letzten Spieler unter den verbliebenen Spielern zusteht, hat ebenfalls einen positiven Einfluss auf das Risikoverhalten der Spieler. Je höher dieser ist, desto riskanter oder frequenter agieren die Spieler. Die Erklärung liegt wohl darin, dass der Mindestpreis ein inverses

Verhältnis zu der am Tisch verbliebenen Anzahl an Spielern hat. Je weniger Spieler am Tisch sind, desto höher ist die EHS und damit der Anreiz zu spielen. Diese Tatsache korreliert mit der konvexen Preisstruktur und führt bei steigendem Mindestpreis zu mehr Aktivität unter den Spielern.

	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
g_i	.164 (.076)	.241 (.076)	.192 (.074)	.178 (.075)	.181 (.096)
l_i	-.396 (.209)	-.870 (.286)	-.792 (.270)	-.797 (.267)	-.746 (.246)
c_{n-1}	.184 (.060)	.116 (.059)	.113 (.060)	.118 (.057)	.070 (.058)
$\sigma^-(c)$.119 (.054)	.117 (.055)	.101 (.054)	.119 (.058)
$\sigma^+(c)$		-.002 (.108)	.010 (.107)	-.038 (.105)	.010 (.101)
w		.787 (.443)	.673 (.408)	.801 (.413)	.722 (.336)
N_k			-3439 (1688)	-5795 (1697)	-5301 (2371)
n				5837 (1775)	6269 (1940)
Age					-5825 (2760)
Age Squared					62.5 (35.3)
Constant	19724 (8992)	4759 (14095)	44762 (20004)	43457 (19389)	163722 (53561)
$R^2 =$.153	.213	.228	.257	.280
F-test for $ \alpha_1 = \alpha_2 $	[.175]	[.008]	[.009]	[.001]	[.004]
Number of Observations	286				255

Tabelle 19: Resultate der empirischen Analyse

(Quelle: Lee, 2004, S. 17)

Abschließend wurde das Alter (Age) der Spieler zur weiteren spezifizierten Erklärung herangezogen und ein U-förmiger Verlauf durch die Analyse impliziert. Mit steigendem Alter sinkt die Risikobereitschaft, wohingegen diese ab einem sehr hohem Alter (Age^2) wieder zunimmt. Dies impliziert, dass jüngere Spieler relativ aggressiv spielen. Die Schätzgleichung findet sich in

Spalte (5) der Tabelle 19 wieder. Diese Erkenntnis nimmt grafisch folgende Gestalt an:

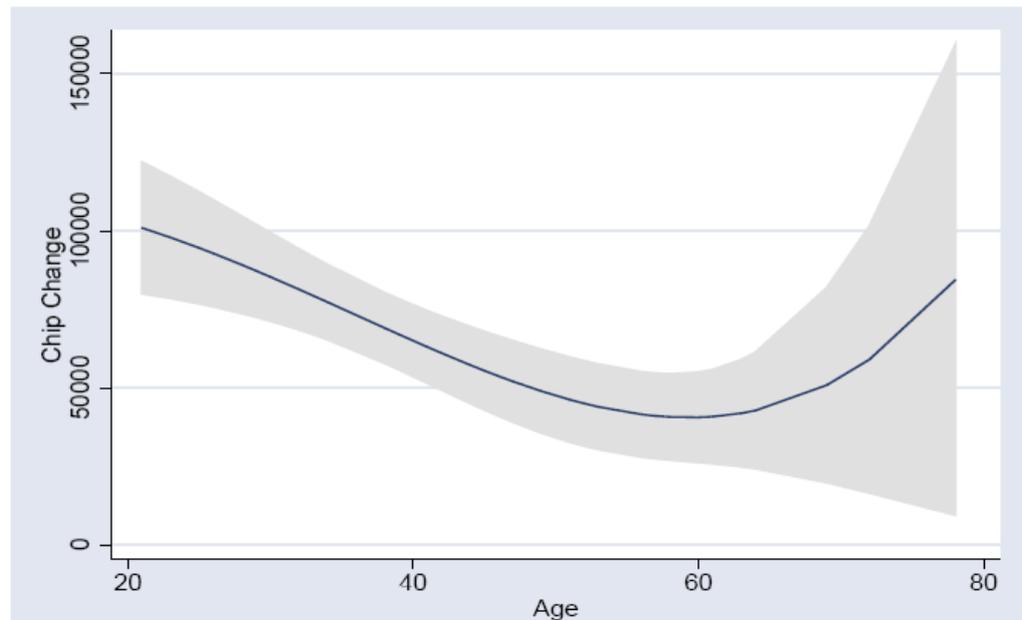


Abbildung 29: Zusammenhang zwischen Alter und Risk Taking

(Quelle: Lee, 2004, S.23)

6 Schlussbetrachtung

In den spieltheoretischen Ansätzen zu Pokerstrategien wurde zum einen deutlich, dass die Modellierung des Spiels in extensiver Form aufgrund der Komplexität nicht eines realistischen Modells gleichkommt. Auf der anderen Seite wurde in diesen Ansätzen jedoch klar, dass es einen Positionsvorteil unter den Spielern geben kann und das Bluffing als elementarer Teil einer effizienten Strategie unverzichtbar ist. Letzteres verschärft die für Poker charakteristische asymmetrische Informationsstruktur unter den Spielern, indem sie insb. die Unsicherheit für die Gegner erhöht und die eigene Berechenbarkeit schmälert.

In den entscheidungstheoretischen Modellen zu Poker wird die realistischere Darstellung des Spiels hingegen besser bewältigt, wohingegen die optimale Strategie nicht in einfachen statischen Handlungsnormen mündet, sondern einen dynamischen Charakter aufweist, was besonders durch das Opponent Modeling entsteht. Hier erwägt der Spieler seine Entscheidung zwar auch auf

Basis von Erwartungswerten ab, jedoch gelten diese individuell für die jeweiligen Gegner. Der Einbezug des Gegners stellt dadurch einen Fortschritt für die Darstellung einer optimalen Strategie dar.

Die Umsetzung und Effizienz einer optimalen Strategie hängt im Wesentlichen von den Fähigkeiten und dem individuellen Stil eines Spielers ab, wobei beide Faktoren durch Lernverhalten dynamischen Prozessen unterliegen. Diese Lernprozesse betreffen hauptsächlich die Verbesserung der Fähigkeiten und die Anpassung einer Strategie an den Gegner. Zudem hat die Strategie in dem Spiel einen signifikanten Einfluss auf den Spielausgang, auch wenn die Glückskomponente diesen stark einschränkt. Der Grad des Einflusses und die Profitabilität des Spiels für einen optimalen Spieler hängen wiederum von den Gegnern am Tisch ab. Je heterogener die Spieler am Tisch sind, desto schneller wird der Einfluss einer optimalen Strategie deutlich.

Die Spieler können jedoch auch von ihren optimalen Strategie abweichen, indem sie ihren Spielstil verändern oder ihre Fähigkeiten beeinträchtigt werden, was zu unterschiedlich riskantem Spiel führen kann. Der Grund hierfür liegt in kognitiven Verzerrungen in den Denkstrukturen der Spieler, welche besonders durch Gewinne oder Verluste ausgelöst werden. In diesem Kontext weist die Verlustaversion den höchsten Erklärungsgehalt für das beobachtete Verhalten auf, wobei ebenso die Fehleinschätzung von Wahrscheinlichkeiten für den Fall des Pokers eine hohe Relevanz aufweist. Ferner wird auch das Risikoverhalten der Spieler unter Turnierbedingungen signifikant von der Verlustaversion unter den Spielern geprägt, sodass von der Preisstruktur in einem Turnier ein hoher Einfluss ausgeht. Die Abstände der Stacks zwischen den Spielern haben in diesem Zusammenhang einen eher schwachen Einfluss und liefern weniger Erklärungsgehalt für empirische Besonderheiten.

Eine interessante Frage wirft sich hingegen auf, wenn man das Verhalten der Pokerspieler zwischen Turnieren und Cash-Games differenziert betrachten würde, da die Spielformen durch unterschiedliche Charakteristika (z.B. in der Preisstruktur) auffallen. Außerdem kann der House-Money Effekt, welcher bisher einen schwachen Erklärungsgehalt lieferte, nicht auf Basis erfahrener Gewinne, sondern auf Basis von Preis-Promotion Maßnahmen seitens der Anbieter von Online-Poker Seiten untersucht werden, da hier ebenfalls der Eindruck "fremden" Geldes stark vermittelt wird.

Literaturverzeichnis

- Alon, Noga (2007): Poker, Chance and Skill; Working Paper,
URL: <http://www.math.tau.ac.il/~nogaa/PDFS/skill4.pdf>.
- Barone, Luigi; While, Lyndon (1998): Evolving Adaptive Play for Simplified Poker; Evolutionary Computation Proceedings, 1998 IEEE World Congress on Computational Intelligence, pp. 108-113.
- Bereby-Meyer, Yoella; Erev, Ido (1998): On Learning to Become a Successful Loser: A Comparison of Alternative Abstractions of Learning in the Loss Domain; *Journal of Mathematical Psychology*; 42, pp. 266-286.
- Billings, Darse; Burch, N.; Davidson, A.; Holte, R.; Schaeffer, J. ; Schauenberg, T.; Szafron, D. (2003): Approximating Game-Theoretic Optimal Strategies for Full-Scale Poker; URL:
<http://web.cs.ualberta.ca/~holte/Publications/IJCAI2003.pdf>.
- Billings, Darse; Davidson, Aaron; Schaeffer, Jonathan; Szafron, Duane (2002): The Challenge of Poker; *Artificial Intelligence*, 134: (1-2), pp. 201-240.
- Billings, Darse; Papp, Denis; Schaeffer, Jonathan; Szafron, Duane (1998): Opponent Modeling in Poker; *Proceedings of the 15th National Conference of AI*, pp. 493-499.
- Borm, Peter; Hendrickx, Ruud; Hilbers, Pim; Van der Genugten, Ben (2008): Measuring Skill in More-Person Games with Applications to Poker; CentER Discussion Paper 2008-106, Tilburg University.
- Burns, Kevin (2004): Heads-Up Face-Off: On Style and Skill in the Game of Poker, URL:
<http://www.aaai.org/Papers/Symposia/Fall/2004/FS-04-07/FS04-07-003.pdf>
- Croson, Rachel; Sundali, James (2005): The Gamblers Fallacy and the Hot-Hand: Empirical Data from Casinos; *Journal of Risk and Uncertainty*, 30:3, pp. 195-209.
- Davidson, Aaron (2002): Opponent Modeling in Poker: Learning and Acting in a Hostile and Uncertain Environment; Master of Science Thesis, University of Alberta. URL: <http://eprints.kfupm.edu.sa/55918/1/55918.pdf>.
- Dedonno, Michael E.; Detterman, Douglas K. (2008): Poker Is a Skill; *Gaming Law Review*; 12:1, pp. 31-36.

- Dohmen, Thomas; Falk, Armin; Huffman, David; Marklein, Felix; Sunde, Uwe (2009): Biased Probability Judgement: Evidence of Incidence and Relationship to Economic Outcomes From a Representative Sample; *Journal of Economic Behavior and Organization*, 72:3, pp. 903-915. Ebenso: IZA Discussion Paper Series 4170.
- Dreef, Marcel; Borm, Peter; Van der Genugten; Ben (2003a): On Strategy and Relative Skill in Poker; *International Game Theory Review*, 5:2, pp. 83-103.
- Dreef, Marcel; Borm, Peter; Van der Genugten, Ben (2003b): Measuring Skill in Games: Several Approaches Discussed; CentER Discussion Paper 2003-09, Tilburg University.
- Dreef, Marcel; Borm, Peter; Van der Genugten, Ben (2001): A New Relative Skill Measure for Games with Chance Elements; CentER Discussion Paper 2001-106, Tilburg University.
- Eriksson, Tor , Sabrina Teyssier und Marie- Claire Villeval (2006). Self-Selection and the Efficiency of Tournaments; IZA Discussion Paper Series 1983, URL: <http://ftp.iza.org/dp1983.pdf>.
- Ferguson, Chris; Ferguson, Thomas (2003): On the Borel and von Neumann Poker Models; *Game Theory and Applications*, 9, pp.17- 32.
- Ferguson, Chris; Ferguson, Thomas; Gawargy, Cephaz (2007): U (0, 1) Two-Person Poker Models; *Game Theory and Applications*, 12, pp.17-37.
- Fernandes, Jose L. B.; Pena, Juan Ignacio; Tabak, Benjamin M. (2006): Myopic Loss Aversion and House-Money Effect Overseas: An Experimental Approach; Working Paper Series 115, Central Bank of Brazil, Research Department.
- Fiedler, Ingo; Rock, Jan-Philipp (2009): Quantifying Skill in Games- Theory and Empirical Evidence from Poker; *Gaming Law Review and Economics*, 13, pp. 50-57.
- Friedman, Lawrence (1971): Optimal Bluffing Strategies in Poker; *Management Science*; 17:12, pp. 764-771.
- Gärling, Tommy; Romanus, Joakim (1997): Integration and Segregation of Prior Outcomes in Risky Decisions; *Scandinavian Journal of Psychology*, 38, pp. 289-296.
- Hoelzl, Erik; Loewenstein, George (2005): Wearing Out your Shoes to

Prevent Someone from Stepping into them: Anticipated Regret and Social Takeover in sequential Decisions; *Organizational Behavior and Human Decision Processes*, 98, pp. 15-27.

- Kendall, Graham; Willdig, Mark (2001): An Investigation of an Adaptive Poker Player, URL: <http://www.cs.nott.ac.uk/~gkx/papers/ai01poker.pdf>.
- Kahnemann, Daniel; Tversky, Amos (1979): Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk; *Econometrica*, 47, S. 263-291.
- Korb, Kevin; Nicholson, Ann E. und Jitnah, Nathalie (1999): Bayesian Poker; *Uncertainty in Artificial Intelligence*, 1999, S. 343-350.
- Lee, Jungmin (2004). Prize and Risk- Taking in Tournaments: Evidence from Professional Poker Players; IZA Discussion Paper Series 1345, URL: <ftp://ftp.iza.org/dps/dp1345.pdf>.
- Looijmans, R.P.; Wiersema, J.; van Wijngaarden, J. (2008): Prospect Theory in Texas Hold`em Poker; Working Paper, Eindhoven University of Technology, URL: <http://www.love2poker.nl/files/ProspectTheory.pdf>.
- Lubet, Steven (2006): Lawyers Poker: 52 Lessons that Lawyers can learn from Card Players; Oxford University Press.
- Nieken, Petra und Sliwka, Dirk (2008). Risk- Taking Tournaments: Theory and Experimental Evidence; IZA Discussion Paper Series 3400, URL: <http://ftp.iza.org/dp3400.pdf>.
- Park, Young-Joon; Santos-Pinto, Luis (2007): Forecasts of Relative Performance in Tournaments: Evidence from the Field; URL: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=999638
- Parke, Adrian; Griffiths, Mark; Parke, Jonathan (2005): Can Playing Poker Be Good for You? Poker as a Transferable Skill; *Journal of Gambling Issues*; 14, URL: http://www.camh.net/egambling/issue14/jgi_14_parke.html.
- Pearl, Judea (2006): Two Journeys into Human Reasoning; UCLA Cognitive Systems Laboratory, Technical Report (R-331). URL: http://ftp.cs.ucla.edu/pub/stat_ser/r331.pdf.
- Rabin, Matthew; Vayanos, Dimitri (2009): The Gamblers and the Hot-Hand Fallacies: Theory and Applications; Working Paper, URL: http://personal.lse.ac.uk/vayanos/Papers/GHFTA_RESf.pdf.
- Rapoport, Ammon; Erev, Ido; Abraham, Elizabeth V.; Olson, David E. (1997): Randomization and Adaptive Learning in a Simplified Poker Game;

- Organizational Behavior and Human Decision Processes*; 69, pp. 31-49.
- Qiu, Jianying (2009): Loss Aversion and Mental Accounting: The Favorite-Longshot Bias in Parimutuel Betting; Working Papers in Economics and Statistics 2009-15, Universität Innsbruck.
 - Riley, David H.; Urbancic, Michael B.; Walker, Mark (2008): Stripped-Down Poker: A Classroom Game with Signaling and Bluffing; *Journal of Economic Education*, 39:4, pp. 323-341.
 - Rohwer, Paul; Salim, Michel (2005): Poker Opponent Modeling; URL: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.90.578&rep=rep1&type=pdf>
 - Sklansky, David (2004): *The Theory of Poker*; 6th Edition, Henderson: Two Plus Two Publishing.
 - Smith, Gary; Kutzman, Robert; Levere, Michael (2008): Poker Player Behavior after Big Wins and Losses; Working Paper, Pomona College, URL: <http://www.economics.pomona.edu/GarySmith/PokerPlayers.pdf>; ebenso erschienen in: *Management Science*, 55:9, pp. 1547-1555.
 - Swanson, Jason (2005): Game Theory and Poker; Working Paper, URL http://www.swansonsite.com/W/instructional/game_theory.pdf.
 - Thaler, Richard H.; Johnson, Eric J. (1990): Gambling with the House Money and Trying to Break-Even: The Effects of Prior Outcomes on Risky Choice; *Management Science*, 36:6, pp. 643-660.
 - Tversky, Amos; Fox, Craig R. (1995): Weighting Risk and Uncertainty; *Psychological Review*, 102:2, pp.269-283.
 - Tversky, Amos; Kahnemann, Daniel (1974): Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases; *Science*, 185, pp. 1124-1131.
 - Uske, Tobias (2008): Tournament Fever and the Perception of Strategic Uncertainty in Performance Contests; Jena Economic Research Papers 2008-057.
 - Yu, Kam; Wang, Huan (2009): Economic Analysis of Black-Jack: An Application of Prospect Theory; Working Paper, Lakehead University Thunder Bay, URL: <http://flash.lakeheadu.ca/~kyu/Papers/Yu-Wang2009.pdf>.

A Appendix

A 1 Mathematischer Anhang

Herleitung optimaler Strategien im Kapitel 3

3.1.2 Von Neumann/Morgenstern Poker

Die Bestimmung von optimalen Strategien vollzieht sich in 2 Schritten. Zuerst werden die Indifferenzgleichungen der Spieler ermittelt und hinterher wird das Gleichungssystem gelöst.

Indifferenzgleichungen für $a < c < b$

1) Für Spieler 1 gilt in **a**: bet oder check

Payoff (check) = $2a$ und Payoff (bet) = $2c - B(1-c)$, damit ergibt sich für Punkt **a** $2a = 2c - B(1-c)$.

2) Für Spieler 1 gilt in **b**: check oder bet

Payoff (check) = $2b$ und Payoff (bet) = $2c + (B+2)(b-c) - B(1-b)$, damit ergibt sich für Punkt **b** $2b = 2c + (B+2)(b-c) - B(1-b)$, was sich zu $1 = 2b - c$ vereinfachen lässt.

3) Für Spieler 2 gilt in **c**: fold oder call

Payoff (fold) = 0 und Payoff(call) = $(B+2)a - B(1-b)$, damit ergibt sich für Punkt **c** $0 = (B+2)a - B(1-b)$.

Indifferenzsystem

1) $2a = 2c - B(1-c)$

2) $c = 2b - 1$

3) $(B+2)a - B(1-b) = 0$

- **Schritt 1:** Einsetzen von 2) in 1) und auflösen nach **a** ergibt 1`)

1`) $a = 2b - 1 - B + Bb$

3) $(B+2)a - B(1-b) = 0$

- **Schritt 2:** Einsetzen von 1`) in 3) und Auflösen nach **b**

3) $(B+2)(2b-1) - B + Bb - B(1-b) = 0$

$$5Bb + B^2b + 4b = 4B + B^2 + 2$$

$$b((B+1)(B+4)) = 4B + B^2 + 2$$

$$- \quad b = \frac{4B + B^2 + 2}{(B+1)(B+4)} \quad \text{rekursives Einsetzen von } b \text{ in 2) ergibt } c$$

$$c = \frac{B(B+3)}{(B+1)(B+4)} \quad \text{Einsetzen von } c \text{ in 1) ergibt schließlich } a$$

$$a = \frac{B}{(B+1)(B+4)}$$

3.1.3 Erweiterungen des Von Neumann/Morgenstern Poker

Erweiterung 1

Indifferenzgleichungen für $a < e < b < f < c$ und $a < d < c$

1) Für Spieler 1 gilt in **a**: bet oder check-fold

Payoff (check-fold) = 0 und Payoff (bet) = $2d - B(1-d)$, damit ergibt sich für

Punkt **a** die Gleichung $0 = 2d - B(1-d)$ oder $d = \frac{B}{(2+B)}$.

2) Für Spieler 1 gilt in **b**: check-fold oder check-call

Payoff (check-fold) = $2(b-e)$ und Payoff (check-call) = $(2+B)e + 2(b-e) - B(1-f)$,

damit ergibt sich für Punkt **b** $2(b-e) = (2+B)e + 2(b-e) - B(1-f)$, was sich zu $(2+B)e + Bf = B$ vereinfachen lässt.

3) Für Spieler 2 gilt in **c**: check-call oder bet

Payoff (check-call) = $(2+B)(e+(c-f)) + 2(f-e) - B(1-c)$ und Payoff (bet) = $2d +$

$(2+B)(c-d) - B(1-c)$, damit ergibt sich für Punkt **c** $(2+B)(e+(c-f)) + 2(f-e) - B(1-c) = 2d + (2+B)(c-d) - B(1-c)$, was sich zu $0 = B(d + e - f)$ bzw. $d + e - f = 0$ vereinfachen lässt.

4) Für Spieler 2 gilt in **d**: fold oder call

Payoff (fold) = 0 und Payoff (call) = $(2+B) \frac{a}{1-c+a} - B \left(\frac{1-c}{1-c+a} \right)$, damit ergibt

sich für Punkt **d** $0 = (2+B) \frac{a}{1-c+a} - B \left(\frac{1-c}{1-c+a} \right)$, was sich zu $(2+B)a + Bc = B$ vereinfachen lässt.

5) Für Spieler 2 gilt in **e**: bet oder check

Payoff (bet) = $2 \left(\frac{b-a}{c-a} \right) - B \left(\frac{c-b}{c-a} \right)$ und Payoff (check) = $2 \left(\frac{e-a}{c-a} \right)$, damit ergibt

sich für Punkt **e** $2 \left(\frac{b-a}{c-a} \right) - B \left(\frac{c-b}{c-a} \right) = 2 \left(\frac{e-a}{c-a} \right)$, was sich zu $(2+B)b - Bc - 2e = 0$ vereinfachen lässt.

6) Für Spieler 2 gilt in **f**: check oder bet

Payoff (check) = $2 \left(\frac{f-a}{c-a} \right)$ und Payoff (bet) =

$2 \left(\frac{b-a}{c-a} \right) + (2+B) \left(\frac{f-b}{c-a} \right) - B \left(\frac{c-f}{c-a} \right)$, damit ergibt sich für Punkt **f**

$2 \left(\frac{f-a}{c-a} \right) = 2 \left(\frac{b-a}{c-a} \right) + (2+B) \left(\frac{f-b}{c-a} \right) - B \left(\frac{c-f}{c-a} \right)$, was sich zu $B(b+c-2f) = 0$

bzw. $b+c-2f=0$ vereinfachen lässt.

Indifferenzsystem

$$1) d = \frac{B}{2+B}$$

$$2) B = (2+B)e + Bf$$

$$3) 0 = (d + e - f)$$

$$4) B = (2+B)a + Bc$$

$$5) 0 = (2+B)b - Bc - 2e$$

$$6) 0 = b + c - 2f$$

- **Schritt 1:** Auflösen von 2) nach e und Einsatz von 2) und 1) in 3)

$$3) 0 = \frac{B}{2+B} + \frac{(1-f)B}{2+B} - f$$

$$f = \frac{B}{1+B}$$

- **Schritt 2:** Einsetzen von f und d in 3)

$$3) 0 = \frac{B}{2+B} + e - \frac{B}{1+B}$$

$$e = \frac{B}{(2+B)(1+B)}$$

- **Schritt 3:** Einsetzen von f in 6) Auflösen von 6) nach b; Einsetzen von e und f in 5)

$$5) (2+B)\left(\frac{2B}{(1+B)} - c\right) - Bc - \frac{2B}{(B+1)(B+2)} = 0$$

$$\frac{4B^2 + B^3 + 3B}{(1+B)(2+B)} = c(1+B) \Rightarrow \frac{B((B+1)(B+3))}{(B+1)^2(B+2)} = c$$

$$c = \frac{B(B+3)}{(B+2)(B+1)}$$

- **Schritt 4 :** Einsetzen von f und c in 6)

$$6) b = 2f - c \Rightarrow b = \frac{2B}{1+B} - \frac{B(B+3)}{(B+2)(B+1)}$$

$$b = \frac{2B^2 + 4B - B^2 - 3B}{(B+1)(B+2)} \Rightarrow b = \frac{B}{B+2}$$

- **Schritt 5 :** Auflösen von 4) nach a Einsetzen von c

$$4) a = \frac{(1-c)B}{(B+2)} \Rightarrow a = \frac{2B}{(B+2)^2(B+1)}$$

Erweiterung 2

Indifferenzgleichungen für $0 < a < e < b < c < f < 1$ und $0 < d < e$

1) Für Spieler 1 gilt in **a** : bet-fold oder check

Payoff (bet-fold) = $2d - B(1-d)$ und Payoff (check) = $2a$, damit ergibt sich für Punkt **a** $2a = 2d - B(1-d)$ oder $B = (2+B)d - 2a$

2) Für Spieler 1 gilt in **b** : check oder bet-fold

Payoff (check) = $2b$ und Payoff (bet-fold) = $2d - B(e-d) - (1-b)B + (2+B)(b-e)$, damit ergibt sich Punkt **b** $2b = 2d - B(e-d) - (1-b)B + (2+B)(b-e)$, was sich zu $B = 2Bb + (2+B)d - 2(1+B)e$ vereinfachen lässt.

3) Für Spieler 1 gilt in **c** : bet-fold oder bet-call

Payoff (bet-fold) = $-(1-f)B$ und Payoff (bet-call) = $(e-d)(2+2B+R) - (B+R)(1-f)$, damit ergibt sich für Punkt **c** $-(1-f)B = (e-d)(2+2B+R) - (B+R)(1-f)$, was sich zu $R = (2+2B+R)e + Rf - (2+2B+R)d$ vereinfachen lässt.

4) Für Spieler 2 gilt in **d** : fold oder raise

Payoff (fold) = 0 und Payoff (raise) = $(B+2)a + (B+2)(c-b) - (1-c)(B+R)$, damit ergibt sich für Punkt **d** : $0 = (B+2)a + (B+2)(c-b) - (1-c)(B+R)$, was sich zu $B+R = (B+2)a + (2+2B+R)c - (B+2)b$ vereinfachen lässt.

5) Für Spieler 2 gilt in **e** : raise oder call

Payoff (raise) = $(2+B)(c-b) - (B+R)(1-c)$ und Payoff (call) = $-B(1-b)$, damit ergibt sich für Punkt **e** $(2+B)(c-b) - (B+R)(1-c) = -B(1-b)$, was sich zu $R = -2(1+B)b + (2+2B+R)c$ vereinfachen lässt.

6) Für Spieler 2 gilt in **f** : call oder raise

Payoff (call) = $(2+B)a + (2+B)(c-b) + (2+B)(f-c) - B(1-f)$ und Payoff (raise) = $(2+B)a + (2+B)(c-b) + (2+2B+R)(f-c) - (B+R)(1-f)$, was sich nach

Gleichsetzen zu $0 = R(f-c) - R(1-f)$ reduziert und zu $f = \frac{(1+c)}{2}$

vereinfachen lässt.

Indifferenzsystem

1) $B = (2+B)d - 2a$

2) $B = 2Bb + (2+B)d - 2(1+B)e$

3) $R = Rf + (2+2B+R)e - (2+2B+R)d$

$$4) B + R = (B+2)a + (2+2B+R)c - (B+2)b$$

$$5) R = -2(1+B)b + (2+2B+R)c$$

$$6) f = (1+c)/2$$

- **Schritt 1:** 1) nach d auflösen

$$1) d = \frac{B}{(2+B)} + \frac{2}{(2+B)} a$$

- **Schritt 2:** 5) nach c auflösen und Einsetzen von c in 4)

$$5) c = \frac{R + 2(1+B)b}{(2+2B+R)}$$

$$4) B + R = (B+2)a + (2+2B+R) \left(\frac{R + 2(1+B)b}{(2+2B+R)} \right) - (2+B)b$$

- **Schritt 3:** 4) nach b auflösen

$$4) b = 1 - \frac{2+B}{B} a$$

- **Schritt 4:** Einsetzen von d und b in 2) und Auflösen nach e

$$2) B = 2B \left(1 - \frac{(2+B)}{B} a \right) + (2+B) \left(\frac{B}{(2+B)} + \frac{2a}{(2+B)} \right) - 2(1+B)e$$

$$e = \frac{B}{1+B} - a$$

- **Schritt 5:** Einsetzen von b in 5) und von c in 6)

$$5) c = \frac{R + 2(1+B)b}{(2+2B+R)} \Rightarrow c = 1 - \frac{2(1+B)(2+B)a}{B(2+2B+R)}$$

$$6) f = \frac{(1+c)}{2} \Rightarrow f = 1 - \frac{(1+B)(2+B)a}{B(2+2B+R)}$$

- **Schritt 6:** Einsetzen von f, d und e in 3) und Auflösen nach a

$$R = Rf - (2+2B+R)d + (2+2B+R)e$$

$$R = R \left(1 - \frac{(1+B)(2+B)a}{B(2+2B+R)} \right) - (2+2B+R) \left(\frac{B+2a}{(2+B)} \right) + (2+2B+R) \left(\frac{B}{1+B} - a \right)$$

$$\Rightarrow a = \frac{B^2(2+2B+R)^2}{(1+B)\Delta} \quad \text{mit } \Delta = B(4+B)(2+2B+R)^2 + (1+B)(2+B)^2 R$$

- **Schritt 7:** Einsetzen von a in $c(a)$ bzw. $f(a)$ aus Schritt 5

$$c(a) = 1 - \frac{2(1+B)(2+B)}{B(2+2B+R)} \frac{B^2(2+2B+R)^2}{(1+B)\Delta} \Rightarrow c = 1 - \frac{2B(2+B)(2+2B+R)}{\Delta}$$

$$f(a) = 1 - \frac{(1+B)(2+B)}{B(2+2B+R)} \frac{B^2(2+2B+R)^2}{(1+B)\Delta} \Rightarrow f = 1 - \frac{B(2+B)(2+2B+R)}{\Delta}$$

Erweiterung 3

Indifferenzgleichungen für $a < g < b < c < h < d < j < f$ und für $a < k < m < d < e < n < f$

1) Für Spieler 1 gilt in **a**: bet-fold oder check-fold

Payoff (bet-fold) = $2k - 2(1-k)$ und Payoff (check-fold) = 0, damit ergibt sich für Punkt **a** $0 = 2k - 2(1-k)$ oder $2k = 1$

2) Für Spieler 1 gilt in **b**: check-fold oder check-raise

Payoff (check-fold) = 0 und Payoff (check-raise) = $4g + 4(j-h) - 8(1-j)$, damit ergibt sich für Punkt **b** $0 = 4g + 4(j-h) - 8(1-j)$ oder $2 = g - h + 3j$

3) Für Spieler 1 gilt in **c**: check-raise oder check-call

Payoff (check-raise) = $4g + 4(j-h) - 8(1-j)$ und Payoff (check-call) = $4g - 2(1-h)$, damit ergibt sich für Punkt **c** $4g + 4(j-h) - 8(1-j) = 4g - 2(1-h)$, was sich zu $2j = 1 + h$ reduziert.

4) Für Spieler gilt in **d**: check-call oder bet-fold

Payoff (check-call) = $2(h-g) + 4g + 4(d-h) - 2(1-d)$ und Payoff (bet-fold) = $2k - 2(m-k) + 4(d-m) - 2(1-d)$, damit ergibt sich für Punkt **d** $2(h-g) + 4g + 4(d-h) - 2(1-d) = 2k - 2(m-k) + 4(d-m) - 2(1-d)$, was sich zu $2g - 2h = 4k - 6m$ bzw. $g - h - 2k + 3m = 0$ reduzieren lässt.

5) Für Spieler 1 gilt in **e**: bet-fold oder bet-call

Payoff (bet-fold) = $2k + 4(e-m) - 2(1-e) - 2((m-k) + (1-n))$ und Payoff (bet-call) = $2k + 4(e-m) - 2(1-e) + 10(m-k) - 8(1-n)$, damit ergibt sich für Punkt **e** $2k + 4(e-m) - 2(1-e) - 2((m-k) + (1-n)) = 2k + 4(e-m) - 2(1-e) + 10(m-k) - 8(1-n)$, was sich zu $2m - 2k + n = 1$ vereinfachen lässt.

6) Für Spieler 1 gilt in **f**: bet-call oder check-raise

Payoff (check-call) = $2k + 4(n-m) + 10(m-k) + 10(f-n) - 8(1-f)$ und Payoff (check-raise) = $4g + 2(h-g) + 4(j-h) + 10(f-j) - 8(1-f)$, damit ergibt sich für Punkt **f** $2k + 4(n-m) + 10(m-k) + 10(f-n) - 8(1-f) = 4g + 2(h-g) + 4(j-h) + 10(f-j) - 8(1-f)$, was sich zu $0 = g - h + 4k - 3m + 3n$ reduzieren lässt.

7) Für Spieler 2 gilt in **g**: bet-fold oder check

Payoff (bet-fold) = $2(b-a) - 2(c-b) - 2(d-c) - 2(1-f)$ und Payoff (check) = $2(g-a)$, damit ergibt sich für Punkt **g** $2(g-a) = 2(b-a) - 2(c-b) - 2(d-c) - 2(1-f)$, was sich zu $2b + f - g - d = 1$ vereinfachen lässt.

8) Für Spieler 2 gilt in **h**: check oder bet-fold

Payoff (check) = $2h$ und Payoff (bet-fold) = $2b - 2(c-b) + 4(h-c) - 2(d-h) - 2(1-f)$, damit ergibt sich für Punkt **h** $2h = 2b - 2(c-b) + 4(h-c) - 2(d-h) - 2(1-f)$, was sich zu $1 = 2h - 3c - d + f + 2b$ reduziert.

9) Für Spieler 2 gilt in **j**: bet-fold oder bet-call

Payoff (bet-fold) = $2b - 2(c-b) - 2(1-f) + 4(d-c)$ und Payoff (bet-call) = $2b + 10(c-b) + 4(d-c) - 8(1-f)$, damit ergibt sich für Punkt **j** $2b - 2(c-b) - 2(1-f) + 4(d-c) = 2b + 10(c-b) + 4(d-c) - 8(1-f)$, was sich zu $1 = 2c - 2b + f$ reduziert.

10) Für Spieler 2 gilt in **k**: fold oder raise

Payoff (fold) = 0 und Payoff (raise) = $4a + 4(e-d) - 8(f-e)$, damit ergibt sich für Punkt **k** $0 = 4a + 4(e-d) - 8(f-e)$ bzw. $a + 3e - d - 2f = 0$.

11) Für Spieler 2 gilt in **m**: raise oder call

Payoff (raise) = $4a + 4(e-d) - 8(f-e)$ und Payoff (call) = $4a - 2(f-d)$, damit ergibt sich für Punkt **m** $4a + 4(e-d) - 8(f-e) = 4a - 2(f-d)$, was sich zu $d - 2e + f = 0$ vereinfachen lässt.

12) Für Spieler 2 gilt in n : call oder raise

Payoff (call) = $4a + 4(e-d) + 4(n-e) - 2(f-n)$ und Payoff (raise) = $4a + 4(e-d) + 10(n-e) - 8(f-n)$, damit ergibt sich für Punkt n $4a + 4(e-d) + 4(n-e) - 2(f-n) = 4a + 4(e-d) + 10(n-e) - 8(f-n)$, was sich zu $e + f - 2n = 0$ reduzieren lässt.

Indifferenzsysteme 1 und 2

Lineares Gleichungssystem von 12 Gleichungen soll in zwei Systeme gesplittet werden, welche jeweils aus 6 Gleichungen besteht.

LGS 1

1) $2k = 1$ (nach k auflösen und in 4) – 6) einsetzen)

2) $g - h + 3j = 2$

3) $-h + 2j = 1$

4) $g - h - 2k + 3m = 0$

5) $-2k + 2m + n = 1$

6) $g - h - 3j + 4k - 3m + 3n = 0$

- **Schritt 1:** 1) nach k auflösen und 5) nach n auflösen und in 6) einsetzen

1) $k = \frac{1}{2}$

5) $n = 2(1-m)$

6) $g - h - 3j + 4(\frac{1}{2}) - 3m + 3(2(1-m)) = 0$

$$g - h - 3j - 9m + 8 = 0$$

- **Schritt 2:** 4) nach m auflösen und in 6) einsetzen

4) $m = \frac{1+h-g}{3}$

6) $g - h - 3j - 9m + 8 = 0 \Rightarrow g - h - 3j - 9(\frac{1+h-g}{3}) + 8 = 0$

$$4(g-h) - 3j + 5 = 0$$

- **Schritt 3:** 2) nach $g - h$ auflösen und in 6) einsetzen

2) $g - h = 2 - 3j$

$$6) 4(2-3j) - 3j + 5 = 0 \Rightarrow j = \frac{13}{15}$$

\Rightarrow durch rekursives Einsetzen erhält man die Werte für g, h, n und m!

LGS 2 gegeben: g, h, j, k, m und n (Einsatz in die Gleichungen 1), 2) und 6))

$$1) 2b - d + f = 17/15$$

$$2) 2b - 3c - d + f = -7/15$$

$$3) -2b + 2c + f = 1$$

$$4) a - d + 3e - 2f = 0$$

$$5) d - 2e + f = 0$$

$$6) e + f = 28/15$$

- **Schritt 1:** 6) nach f auflösen und Einsatz in 1) – 5)

$$6) f = 28/15 - e$$

$$1) 2b - d - e = -11/15$$

$$2) 2b - 3c - d - e = -35/15$$

$$3) -2b + 2c - e = -7/15$$

$$4) a - d + 5e = 56/15$$

$$5) d - 3e + 28/15 = 0$$

- **Schritt 2:** 5) nach d auflösen und Einsatz in 1), 2) und 4)

$$5) d = 3e - 28/15$$

$$1) 2b - 4e = -39/15$$

$$2) 2b - 3c - 4e = -63/15$$

$$4) a + 2e = 28/15$$

- **Schritt 3:** 4) nach e auflösen und Einsatz in 1) – 3)

$$4) e = \frac{14}{15} - \frac{a}{2}$$

$$1) 2b + 2a = 17/15$$

$$2) 2b - 3c + 2a = -7/15$$

$$3) -2b + 2c + a/2 = 7/15$$

- **Schritt 4:** Auflösen von 1) nach b und Einsatz in 2)

$$1) b = \frac{17}{30} - a$$

$$2) 2\left(\frac{17}{30} - a\right) - 3c + 2a = -\frac{7}{15} \Rightarrow c = \frac{8}{15}$$

- **Schritt 5:** Einsetzen von c Ausgangsgleichungen 1) – 5)

$$1) 2b - d + f = 17/15$$

$$2) 2b - 3(8/15) - d + f = -7/15$$

$$2b - d + f = 17/15$$

$$3) -2b + 2(8/15) + f = 1$$

$$f - 2b = -1/15$$

$$4) a - d + 3e - 2f = 0$$

$$5) d - 2e + f = 0$$

$$6) f = 28/15 - e$$

- **Schritt 6:** Einsetzen von 6) in 1) – 5), Gleichung 2) wird eliminiert

$$1) 2b - d - e = -11/15$$

$$3) -2b - e = -29/15$$

$$4) a - d + 5e = 56/15$$

$$5) d - 3e = -28/15$$

- **Schritt 7:** Auflösen von 3) nach e und Einsetzen in 1), 4) und 5)

$$3) e = -2b + 29/15$$

$$1) 4b - d = 18/15$$

$$4) a - d - 10b = -89/15$$

$$5) d + 6b = 59/15$$

- **Schritt 8:** Auflösen von 5) nach d und einsetzen in 1) und 4)

$$5) d = 59/15 - 6b$$

Poker in der Spiel- und Entscheidungstheorie

$$1) 4b - (59/15 - 6b) = 18/15$$

$$b = 77/150$$

$$4) a - (59/15 - 6b) - 10b = -89/15$$

$$a = 8/150$$

Einsetzen von b in 5) ergibt d und von b in 3) ergibt e und schließlich ergibt sich f durch Einsatz von e in 6)!

A 2 Grafischer Anhang

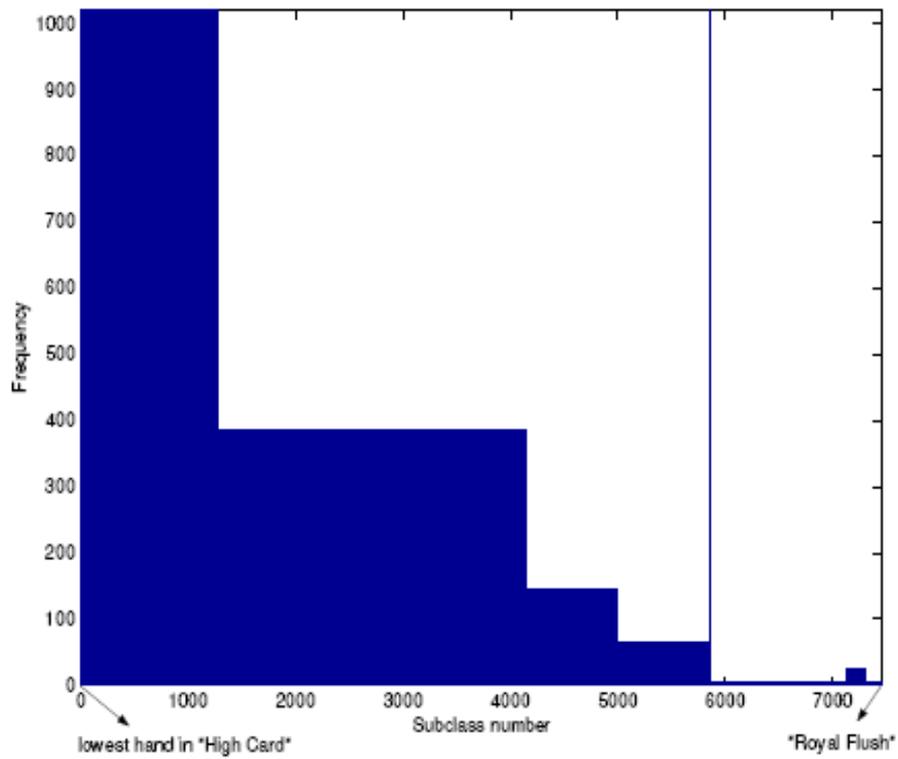


Abbildung 30: Eintrittsfrequenz der Subklassen der Pokerhände

(Quelle: Dreef et al. 2003, S. 95)

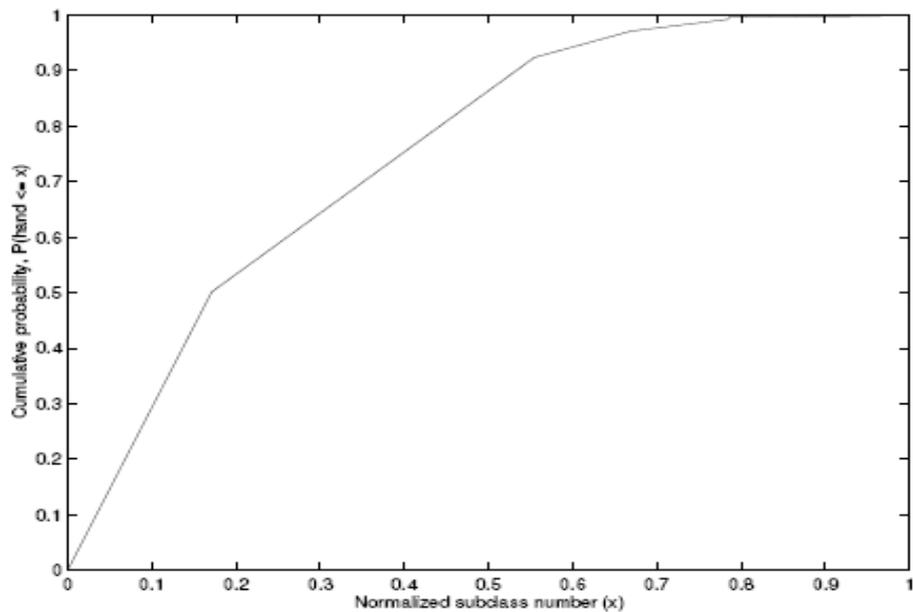


Abbildung 31: approximative Verteilungsfunktion der Subklassen der Pokerhände

(Quelle: Dreef et al. 2003, S.95)

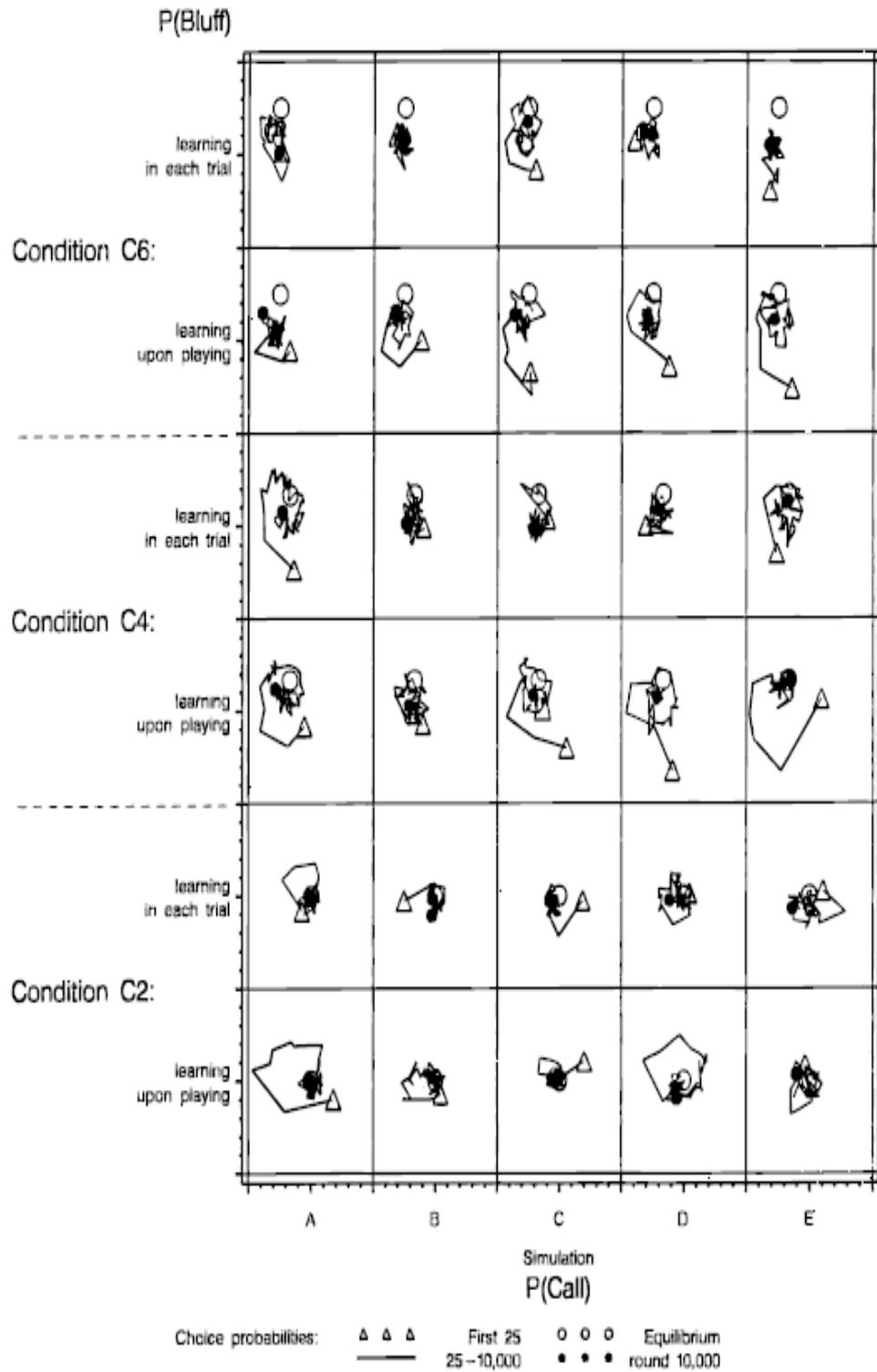


Abbildung 32: Simulationen zum Lernverhalten ohne sequentielle Strategien

(Quelle: Rapoport et. al, 1997, S. 41)

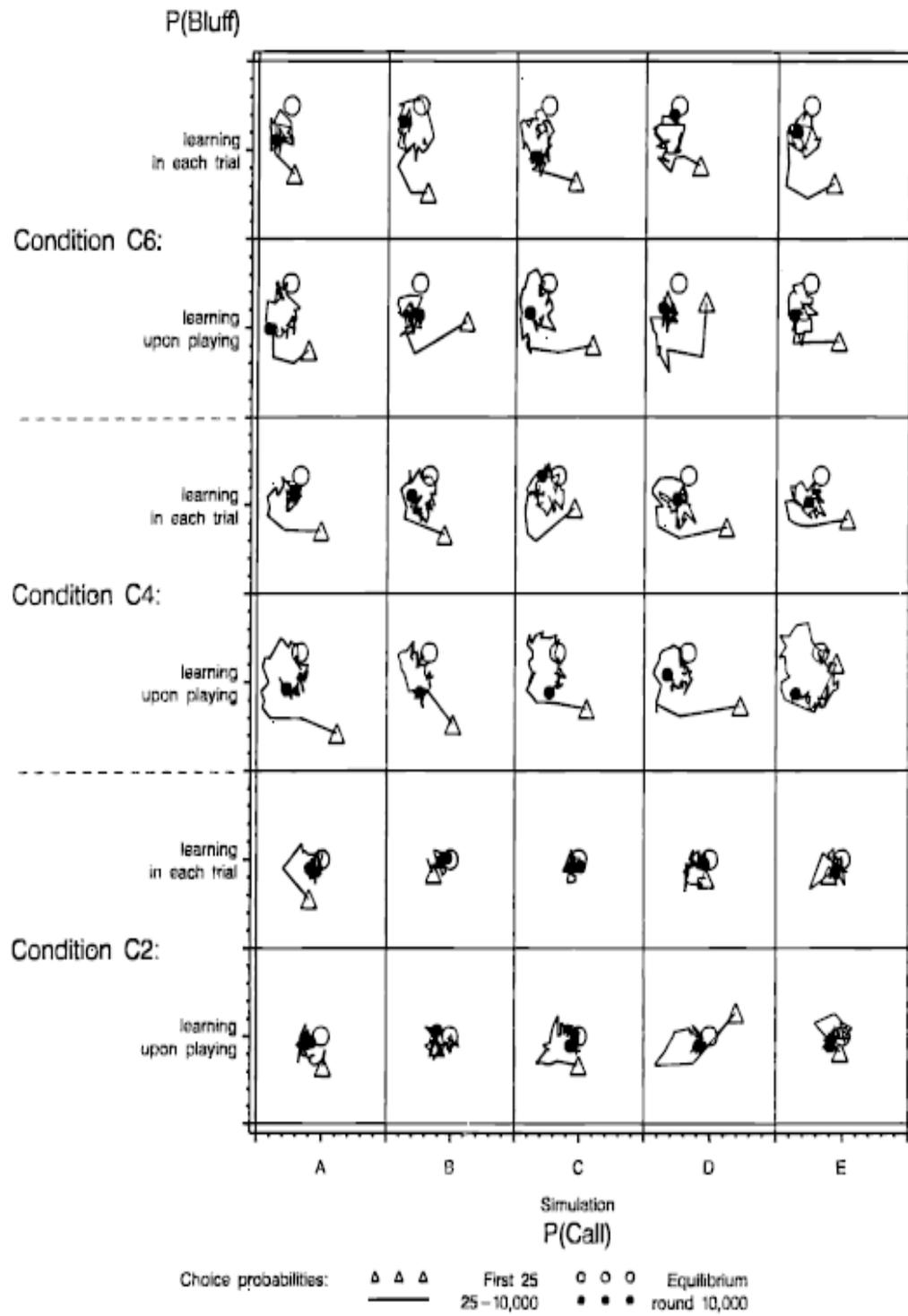


Abbildung 33: Simulationen zum Lernverhalten mit sequentiellen Strategien

(Quelle: Rapoport et al., 1997, S. 42)

A 3 Tabellarischer Anhang

Class	Description	Example
<i>RF</i> Royal Flush	five consecutive cards of one suit, starting with an ace	(♣A, ♣K, ♣Q, ♣J, ♣10)
<i>SF</i> Straight Flush	five consecutive cards of the same suit (an ace can have the value 1)	(♠5, ♠4, ♠3, ♠2, ♠A)
<i>4K</i> Four of a Kind	four cards with equal values	(♦4, ♣4, ♥4, ♠4, ♦Q)
<i>FH</i> Full House	a triplet of cards with the same values, together with a pair with equal values	(♠5, ♣5, ♦5, ♦10, ♥10)
<i>F</i> Flush	five cards of the same suit	(♣K, ♣J, ♣9, ♣3, ♣2)
<i>S</i> Straight	five consecutive cards	(♥K, ♠Q, ♥J, ♣10, ♦9)
<i>3K</i> Three of a Kind	three cards with the same value	(♣Q, ♥Q, ♠Q, ♦J, ♥6)
<i>2P</i> Two pair	two pairs with the same values within each pair	(♠A, ♥A, ♦8, ♠8, ♣3)
<i>1P</i> One pair	one pair of cards with equal values	(♥9, ♦9, ♣K, ♦10, ♦4)
<i>HC</i> High Card	any combination of cards that does not fit in any of the classes above	(♥K, ♦J, ♦9, ♣4, ♠2)

Tabelle 20: Klassifikation von Pokerhänden

(Quelle: Dreef et. al 2003, S.94)

Class	Number	Prob.(%)
<i>RF</i>	4	0.000
<i>SF</i>	36	0.001
<i>4K</i>	624	0.024
<i>FH</i>	3,744	0.144
<i>F</i>	5,108	0.197
<i>S</i>	10,200	0.392
<i>3K</i>	54,912	2.113
<i>2P</i>	123,552	4.754
<i>1P</i>	1,098,240	42.257
<i>HC</i>	1,302,540	50.118
Total	2,598,960	100.000

Tabelle 21: Wahrscheinlichkeiten der Pokerhände am Beispiel 5-Card Draw

(Quelle: Dreef et. al, S.94)